

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**MODELAGEM E ESTABILIZAÇÃO DE  
PLATAFORMA AÉREA TILTROTOR**

Leonardo Cardoso Botelho

Brasília, Dezembro de 2020



**ENGENHARIA  
MECATRÔNICA**  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
Faculdade de Tecnologia  
Curso de Graduação em Engenharia de Controle e Automação

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**MODELAGEM E ESTABILIZAÇÃO DE  
PLATAFORMA AÉREA TILTROTOR**

**Leonardo Cardoso Botelho**

*Relatório submetido como requisito parcial de obtenção  
de grau de Engenheiro de Controle e Automação*

Banca Examinadora

Prof. Geovany Araújo Borges, ENE/UnB  
*Orientador*

\_\_\_\_\_

Prof. Henrique Cezar Ferreira, ENE/UnB  
*Examinador interno*

\_\_\_\_\_

Prof. Renato Alves Borges, ENE/UnB  
*Examinador interno*

\_\_\_\_\_

**Brasília, Dezembro de 2020**

## FICHA CATALOGRÁFICA

BOTELHO, LEONARDO CARDOSO

MODELAGEM E ESTABILIZAÇÃO DE PLATAFORMA AÉREA TILTROTOR

[Distrito Federal] 2020.

vii, 66p., 297 mm (FT/UnB, Engenheiro, Controle e Automação, 2020). Trabalho de Graduação – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

1. Tiltrotor

2. eVTOL

3. VTOL

4. VANT

I. Mecatrônica/FT/UnB

II. Título (Série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BOTELHO, L. C., (2020). MODELAGEM E ESTABILIZAÇÃO DE PLATAFORMA AÉREA TILTROTOR. Trabalho de Graduação em Engenharia de Controle e Automação, Publicação FT.TG-nº 10, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 66p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Leonardo Cardoso Botelho

TÍTULO DO TRABALHO DE GRADUAÇÃO: MODELAGEM E ESTABILIZAÇÃO DE PLATAFORMA AÉREA TILTROTOR.

GRAU: Engenheiro

ANO: 2020

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias deste Trabalho de Graduação e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desse Trabalho de Graduação pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Leonardo Cardoso Botelho

Campus Darcy Ribeiro, SG-11, Universidade de Brasília

70919-970 Brasília – DF – Brasil.

## **Dedicatória**

*A Deus primeiramente, que com sua misericórdia e bondade tem me abençoado. Ao meu pai Lucas, minha mãe Suzete e minha irmã Denise que me acompanham me dando suporte. Sem vocês não conseguiria.*

*Leonardo Cardoso Botelho*

## Agradecimentos

*Agradeço a Deus por ter me trago até aqui, me fornecendo o que precisava para realizar essa graduação. Ao meu pai Lucas, minha mãe Suzete e minha irmã Denise que me apoiaram em todos os momentos. A todos os colegas que me apoiaram com palavras e atitudes, com um agradecimento especial aos meus amigos Rédytton, Marlon e Eduardo que caminharam juntos comigo no começo dessa jornada. As pessoas com quem trabalhei no IFG e na UnB que sempre me deram força para realizar a graduação de Engenharia Mecatrônica na Universidade de Brasília. Aos meus tios que me deram suporte no início desse jornada. O meu muito obrigado a todos.*

*Leonardo Cardoso Botelho*

---

## RESUMO

O presente trabalho propõe desenvolver o modelo dinâmico de uma plataforma aérea tiltrotor e um projeto de controle para atitude e altitude. É realizada a modelagem pelo formalismo de Newton-Euler para obtenção das equações de forças e momentos que descrevem a dinâmica da plataforma.

Realiza-se também a identificação do sistema físico da plataforma real e realiza-se simulações em malha aberta para verificação da coerência do modelo. Projeta-se então um sistema de controle em malha fechada utilizando as equações de Euler para atitude e controladores da família PID.

Por fim, realiza a simulação no software Simulink para situações próximas da realidade e analisa-se o comportamento do sistema de controle para estabilização da aeronave.

Palavras chave: robótica aérea, tiltrotor, controle.

---

## ABSTRACT

The present work proposes to develop the dynamic model of a tiltrotor aerial platform and a control project for attitude and altitude. Modeling by Newton-Euler formalism is performed to obtain the transparency equations and moments that describe the platform dynamics.

The physical system of the real platform is also identified and open mesh simulations are carried out to verify the model coherence. A closed-loop control system is then designed using the Euler equations for attitude and PID family drivers.

Finally, it performs a simulation in the Simulink software for situations close to reality and analyzes the behavior of the control system for stabilizing the aircraft.

Keywords: air robotics, tiltrotor, control ,

# SUMÁRIO

|          |                                                                |           |
|----------|----------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introdução.....</b>                                         | <b>1</b>  |
| 1.1      | MOTIVAÇÃO .....                                                | 1         |
| 1.1.1    | TIPOS DE VEÍCULOS AÉREOS .....                                 | 2         |
| 1.1.2    | TILTROTOR.....                                                 | 3         |
| 1.1.3    | COMPARATIVO ENTRE TILTROTOR E OUTRAS AERONAVES E EVTOL.....    | 6         |
| 1.2      | CONTEXTUALIZAÇÃO - ESTADO DA ARTE.....                         | 6         |
| 1.3      | DELIMITAÇÃO DO PROBLEMA E OBJETIVOS.....                       | 7         |
| 1.4      | RESULTADOS ALCANÇADOS.....                                     | 9         |
| 1.5      | ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....                                  | 10        |
| <b>2</b> | <b>Fundamentação .....</b>                                     | <b>11</b> |
| 2.1      | CINEMÁTICA DE CORPOS RÍGIDOS .....                             | 11        |
| 2.1.1    | MATRIZES DE ROTAÇÃO.....                                       | 12        |
| 2.1.2    | EQUAÇÕES DE EULER PARA ATITUDE .....                           | 12        |
| 2.1.3    | UMA ABORDAGEM UTILIZANDO AS EQUAÇÕES DE EULER.....             | 13        |
| 2.2      | DINÂMICA DE CORPOS RÍGIDOS .....                               | 14        |
| 2.3      | MODELO MATEMÁTICO DE PROPULSÃO E ARRASTO DE UMA HÉLICE .....   | 16        |
| 2.4      | FILTRAGEM DIGITAL DE SINAIS.....                               | 17        |
| 2.5      | CONTROLE PID .....                                             | 18        |
| 2.6      | AJUSTE DE CONTROLADORES BASEADO NA SENSIBILIDADE LIMITE .....  | 19        |
| 2.7      | AJUSTE DE CONTROLADORES PD PARA SISTEMAS DE SEGUNDA ORDEM..... | 20        |
| <b>3</b> | <b>Desenvolvimento.....</b>                                    | <b>21</b> |
| 3.1      | CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....                                   | 21        |
| 3.2      | CONDIÇÕES DE CONTORNO .....                                    | 22        |
| 3.3      | MODELO DINÂMICO.....                                           | 24        |
| 3.4      | IDENTIFICAÇÃO DO SISTEMA.....                                  | 27        |
| 3.5      | IMPLEMENTAÇÃO DA PLANTA EM SIMULINK.....                       | 31        |
| 3.5.1    | TESTE DE VÔO EM MALHA ABERTA ANALISANDO ALTITUDE .....         | 33        |
| 3.5.2    | TESTE PARA A MANOBRA DE ROLL .....                             | 33        |
| 3.5.3    | TESTE PARA A MANOBRA DE ARFAGEM.....                           | 34        |
| 3.5.4    | TESTE PARA A MANOBRA DE GUINADA: .....                         | 35        |
| 3.6      | PROJETO DE CONTROLE.....                                       | 36        |

|          |                                                                                      |           |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 3.6.1    | OBTENÇÃO DA INVERSA DO MODELO DINÂMICO .....                                         | 36        |
| 3.6.2    | FUNÇÃO DE GANHO PARA CONVERSÃO DE ACELERAÇÕES EM FORÇA E MOMENTOS .....              | 38        |
| 3.6.3    | PROJETO DE CONTROLADORES POTENCIAIS DERIVATIVOS PARA ATITUDE E ALTITUDE .....        | 39        |
| 3.6.4    | IMPLEMENTAÇÃO DO CONTROLE EM SIMULINK .....                                          | 39        |
| <b>4</b> | <b>Resultados .....</b>                                                              | <b>43</b> |
| 4.1      | INTRODUÇÃO .....                                                                     | 43        |
| 4.2      | IDENTIFICAÇÃO DOS GANHOS DO CONTROLADOR PARA OS ÂNGULOS DE ATITUDE .....             | 43        |
| 4.3      | IDENTIFICAÇÃO DOS GANHOS DO CONTROLADOR PARA ALTITUDE .....                          | 44        |
| 4.4      | PARÂMETROS DO MODELO FÍSICO UTILIZADO NAS SIMULAÇÕES .....                           | 45        |
| 4.5      | AJUSTE DOS GANHOS DO CONTROLADOR PARA ESTABILIZAÇÃO DE $\phi$ .....                  | 46        |
| 4.6      | AJUSTE DOS GANHOS DO CONTROLADOR PARA ESTABILIZAÇÃO DE $\theta$ .....                | 47        |
| 4.7      | AJUSTE DOS GANHOS DO CONTROLADOR PARA ESTABILIZAÇÃO DE $\psi$ .....                  | 48        |
| 4.8      | AJUSTE DOS GANHOS DO CONTROLADOR PARA ESTABILIZAÇÃO DE $Z_e$ .....                   | 49        |
| 4.9      | AVALIAÇÃO DAS ENTRADAS DO SISTEMA PARA ROLL .....                                    | 50        |
| 4.10     | AVALIAÇÃO DAS ENTRADAS DO SISTEMA PARA ARFAGEM .....                                 | 51        |
| 4.11     | AVALIAÇÃO DAS ENTRADAS DO SISTEMA PARA GUINADA .....                                 | 52        |
| 4.12     | AVALIAÇÃO DAS ENTRADAS DO SISTEMA PARA ALTITUDE .....                                | 53        |
| 4.13     | AVALIAÇÃO DO SISTEMA PARA RUÍDO DE SENSORES .....                                    | 54        |
| 4.14     | AVALIAÇÃO DO SISTEMA PARA PERTURBAÇÃO EXTERNA .....                                  | 55        |
| 4.15     | AVALIAÇÃO DAS ENTRADAS DO SISTEMA PARA RUÍDO DE SENSORES E PERTURBAÇÃO EXTERNA ..... | 56        |
| 4.16     | AVALIAÇÃO DE ESTABILIZAÇÃO DE VÔO .....                                              | 57        |
| 4.17     | GANHOS ESTIMADOS DOS CONTROLADORES .....                                             | 59        |
| <b>5</b> | <b>Conclusão .....</b>                                                               | <b>60</b> |
| 5.1      | CONSIDERAÇÕES FINAIS .....                                                           | 60        |
| 5.2      | SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....                                               | 60        |
|          | <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>                                              | <b>62</b> |
|          | <b>Anexos .....</b>                                                                  | <b>64</b> |
| <b>I</b> | <b>Anexo 1 - Códigos da Simulação .....</b>                                          | <b>65</b> |



# LISTA DE FIGURAS

|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.1  | (a) Campanha de teste do NASA GL-10 (b) Protótipo do VANT de entrega do UBER Eats (c) Projeto Mars Electric Flyer para exploração de Marte - NASA.....                                                                                                                                                                                                                                            | 2  |
| 1.2  | (a) Balão dirigível de Henri Giffard de 1852 (Obtido em Wikipédia) (b) BELL V-280 VALOR - Retirado de: <a href="https://www.bellflight.com/products/bell-v-280">https://www.bellflight.com/products/bell-v-280</a> .....                                                                                                                                                                          | 3  |
| 1.3  | Vôo de teste do XV-3 de Larry Bell (Retirado do vídeo: Bell XV 3 Tiltrotor VTOL Aircraft Flight Tests 1956 Bell Helicopter - <a href="https://youtu.be/uuA52hbEUaU">https://youtu.be/uuA52hbEUaU</a> ) .....                                                                                                                                                                                      | 4  |
| 1.4  | (a) Funcionamento básico de um tiltrotor (Plataforma aérea TiltRotor - (Imagem retirada do trabalho "Adequação de Hardware e Implementação de um Sistema de Controle de um Robô Aéreo com Dois Rotores Articulados- de Gabriel Caltadi)) (b) Aeronave BELL XV-3 realizando a transição de seu propulsores ( <a href="https://alchetron.com/Bell-XV-3">https://alchetron.com/Bell-XV-3</a> ) ..... | 5  |
| 1.5  | Plataforma Tiltrotor .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 7  |
| 1.6  | Visão do servo de atuação do posicionamento dos motores.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 8  |
| 1.7  | Visão da parte superior do Tiltrotor.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 8  |
| 2.1  | Sistema de referência descrito com ângulos de EULER.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 11 |
| 2.2  | Demonstração do diagrama de corpo livre com dois sistemas de referências (referencial inercial e referencial no corpo) .....                                                                                                                                                                                                                                                                      | 15 |
| 2.3  | Coeficientes de tração e momento devido ao arrasto da hélice.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 16 |
| 2.4  | Diagramas de blocos do controlador PID .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 18 |
| 2.5  | Resposta do sistema ao ajuste de $K_p$ , com os outros ganhos em zero .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 19 |
| 3.1  | Plataforma aérea TiltRotor - (Imagem retirada do trabalho "Adequação de Hardware e Implementação de um Sistema de Controle de um Robô Aéreo com Dois Rotores Articulados- de Gabriel Caltadi) .....                                                                                                                                                                                               | 22 |
| 3.2  | Grau de liberdade da movimentação dos motores.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 23 |
| 3.3  | Diagrama de corpo livre do tiltrotor (Forças) .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 25 |
| 3.4  | Diagrama de corpo livre do tiltrotor (Momentos) .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 26 |
| 3.5  | Forças referentes ao empuxo da Hélice .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 28 |
| 3.6  | Gráfico da tração da hélice.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 29 |
| 3.7  | PWM x rad/s.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 30 |
| 3.8  | Inércias da Plataforma fornecidas pelo Solid Works .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 31 |
| 3.9  | Diagrama da planta do Tiltrotor feita em Simulink .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 32 |
| 3.10 | Comportamento da plataforma no eixo Ze.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 33 |

|      |                                                                                             |    |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 3.11 | Comportamento da plataforma para rolagem (Ângulos de Euler) .....                           | 34 |
| 3.12 | Comportamento da plataforma para rolagem (Velocidade angulares no eixo fixo no corpo) ..... | 34 |
| 3.13 | Comportamento da plataforma para arfagem (Ângulos de Euler) .....                           | 34 |
| 3.14 | Comportamento da plataforma para arfagem (Velocidade angulares no eixo fixo no corpo) ..... | 35 |
| 3.15 | Comportamento da plataforma para guinada (Ângulos de Euler) .....                           | 35 |
| 3.16 | Comportamento da plataforma para guinada (Velocidade angulares no eixo fixo no corpo) ..... | 35 |
| 3.17 | Esboço do controle .....                                                                    | 36 |
| 3.18 | Função de ganho (Conversão de acelerações para Momentos e Força) .....                      | 39 |
| 3.19 | Diagrama de simulação implementado em Simulink .....                                        | 41 |
| 3.20 | Sinais para simulação .....                                                                 | 42 |
| 4.1  | Modelo físico da simulação .....                                                            | 45 |
| 4.2  | Resposta oscilatória em $\phi$ .....                                                        | 46 |
| 4.3  | Resposta ao degrau em $\phi$ .....                                                          | 46 |
| 4.4  | Resposta oscilatório em $\theta$ .....                                                      | 47 |
| 4.5  | Resposta ao degrau em $\theta$ .....                                                        | 47 |
| 4.6  | Reposta oscilatória em $\psi$ .....                                                         | 48 |
| 4.7  | Resposta ao degrau em $\psi$ .....                                                          | 48 |
| 4.8  | Resposta oscilatória em $Z_e$ .....                                                         | 49 |
| 4.9  | Resposta ao degrau em $Z_e$ .....                                                           | 49 |
| 4.10 | Resposta ao sinal square para $\phi$ .....                                                  | 50 |
| 4.11 | Entradas da planta para Roll .....                                                          | 50 |
| 4.12 | Resposta ao sinal square para $\theta$ .....                                                | 51 |
| 4.13 | Entradas da planta para arfagem .....                                                       | 51 |
| 4.14 | Resposta ao sinal square para $\psi$ .....                                                  | 52 |
| 4.15 | Entradas da planta para guinada .....                                                       | 52 |
| 4.16 | Resposta ao sinal square para $Z_e$ .....                                                   | 53 |
| 4.17 | Entradas da planta para controle de altitude .....                                          | 53 |
| 4.18 | Análise de ruído para altitude .....                                                        | 54 |
| 4.19 | Análise de ruído para Roll .....                                                            | 54 |
| 4.20 | Ruído 1 .....                                                                               | 55 |
| 4.21 | Entradas da planta para controle de altitude .....                                          | 55 |
| 4.22 | Entradas da planta para simulação de ruído dos sensores .....                               | 56 |
| 4.23 | Entradas da planta para simulação de perturbação do sistema .....                           | 56 |
| 4.24 | Sinal de ruído mais perturbação .....                                                       | 58 |
| 4.25 | Saída dos sistemas para simulação de estabilização .....                                    | 58 |
| 4.26 | Entradas da planta para simulação com ruído e perturbação para estabilização .....          | 59 |

# LISTA DE TABELAS

|     |                                                                          |    |
|-----|--------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.1 | Comparativo entre aeronaves .....                                        | 6  |
| 3.1 | Tabela de RPM do ensaio estático de uma hélice .....                     | 28 |
| 3.2 | Tabela da força de tração de uma hélice através do ensaio estático ..... | 29 |
| 3.3 | Obtenção da relação PWM x RPM .....                                      | 30 |
| 3.4 | Estimativa de parâmetros da plataforma .....                             | 31 |
| 4.1 | Estimativa de parâmetros da plataforma (Simulação) .....                 | 45 |
| 4.2 | Tabelas de ganhos dos controladores .....                                | 59 |

# LISTA DE SÍMBOLOS

## Símbolos

|               |                                |         |
|---------------|--------------------------------|---------|
| $v$           | Velocidade linear              | [m/s]   |
| $\dot{v}$     | Aceleração linear              | [m/s]   |
| $\phi$        | Ângulo                         | [rad]   |
| $\theta$      | Ângulo                         | [rad]   |
| $\psi$        | Ângulo                         | [rad]   |
| $\omega_{bx}$ | Velocidade angular             | [rad/s] |
| $\omega_{by}$ | Velocidade angular             | [rad/s] |
| $\omega_{bz}$ | Velocidade angular             | [rad/s] |
| $\Omega$      | Velocidade angular dos motores | [rad/s] |

## Grupos Adimensionais

|      |          |
|------|----------|
| i, k | Contador |
|------|----------|

## Subscritos

|       |            |
|-------|------------|
| $ref$ | referência |
| $fer$ | ferramenta |
| $sis$ | sistema    |
| $des$ | desejado   |

## Sobrescritos

|         |                   |
|---------|-------------------|
| $\cdot$ | Variação temporal |
| $-$     | Valor médio       |

## Siglas

|      |                                      |
|------|--------------------------------------|
| VTOL | <i>Vertical Take-Off and Landing</i> |
|------|--------------------------------------|

# Capítulo 1

## Introdução

*O objetivo deste capítulo é contextualizar o leitor sobre conceitos básicos relacionados a aeronáutica e apresentar o modelo de aeronave tiltrotor. Por fim realiza-se uma apresentação geral da proposta de projeto.*

### 1.1 Motivação

O surgimento dos VANT's (Veículos Aéreos Não Tripulados) aumentou o número de possibilidades de realizar tarefas já existentes de maneira mais eficiente. As vantagens passam por escalabilidade, versatilidade, usabilidade e o custo benefício envolvido entre as demandas que podem ser atendidas por esse tipo de veículo. Os VANT's são também popularmente conhecidos como drones.

Essa tecnologia é um resultado da evolução de vários ramos da engenharia. Ela tem ganhado espaço em várias áreas da sociedade. Sua grande adesão se deve às inúmeras demandas que anteriormente só podiam ser feitas com aeronaves tripuladas. O custo de produção e manutenção de um VANT em relação a aeronaves tripuladas é muito menor. Isso se deve a diferença dos tipos de materiais envolvidos na construção e da complexidade dos sistemas envolvidos.

Em uma breve análise de mercado, identifica-se várias aplicações que tem surgido com o uso de VANT's. Exemplos do uso dessas aeronaves são:

1. **Agricultura:** Se aplica à agricultura de precisão no que tange a detecção de pragas, análise do solo através de radiometria, mapeamento de terrenos, aplicação de compostos químicos, mapeamento de temperatura, entre outros;
2. **Militarismo:** Se aplica a espionagem, controle de espaço aéreo e detecção de indivíduos em áreas de difícil acesso;
3. **Projetos de explorações espaciais:** A NASA (National Aeronautics and Space Administration) tem desenvolvido trabalhos relacionados a VANT's. Alguns são focados em VTOL (Figura 1.1(c)) como o Mars Electric Flyer, que tem o objetivo de auxiliar em explo-

rações futuras a Marte. O NASA's Greased Lightning 10 (Figura 1.1(a)) é outra aeronave VTOL cujo o desenvolvimento é voltado para aplicações autônomas;

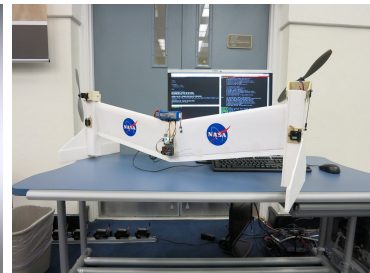
4. **Fotografia e Vídeo:** Fotos e filmagens panorâmicas de prédios, fazendas e terrenos. Também é usado para eventos desde que tenha autorização da ANAC (Agência Nacional de Aviação Civil);
5. **Segurança pública:** A polícia militar de diversos estados tem utilizado drones a fim de auxiliar nos trabalhos da corporação. Em São Paulo a COPOM (Centro de Operações da Polícia Militar) implantou um programa denominado Olhos de águia. O objetivo é buscar a consciência situacional do que está ocorrendo para tomada de decisões;
6. **Fiscalização:** O Detran do Distrito Federal incorporou em sua força de trabalho o uso de drones para fiscalização de infrações de trânsito. Eles são usados nas vias principais do DF e em imediações de eventos de grande porte;
7. **Delivery:** O Uber Eats e a Amazon tem buscado desenvolver drones para realizar entregas aos seu clientes (Figura 1.1(b)), visto que em boa parte dos casos uma entrega por drone pode custar menos do que realizado com meios convencionais;
8. **Apresentações artísticas:** Cientistas da Universidade Técnica de Zurique têm trabalhado com o Cirque du Soleil para coreografar dez abajures equipados com pequenos drones em uma dança aérea;



(a)



(b)



(c)

Figura 1.1: (a) Campanha de teste do NASA GL-10 (b) Protótipo do VANT de entrega do UBER Eats (c) Projeto Mars Electric Flyer para exploração de Marte - NASA

### 1.1.1 Tipos de veículos aéreos

Os veículos aéreos por sua vez possuem uma categorização de acordo com os recursos aerodinâmicos utilizados para realizar o voo. São tipos de aeronaves:

- **Aeróstatos:** São veículos aéreos chamados de “mais leves que o ar”. Sua sustentação vem da utilização de gases menos densos que a mistura que compõe o ar da atmosfera. Um exemplo de aeróstato é um dirigível, cujo arranjo é composto por um balão abastecido com Hélio ou

Hidrogênio que gera a sustentação do seu conjunto e naceles distribuídas de maneira a gerar propulsão e manobrabilidade ao veículo.

- **Aerodino:** São todas as aeronaves que são mais pesadas que o ar e usam aerofólios (dispositivos que ao se movimentar pelo ar geram sustentação). Dentro dessa classificação temos duas subclassificações:

**Aeronaves de asas fixas:** são os veículos aéreos que possuem um sistema de aerofólios fixo ao corpo da aeronave com o objetivo de promover a sustentação para voo. Apesar das superfícies de controle dessas aeronaves se movimentarem, isso não as retira dessa classificação. Isso se deve pois uma vez trocada sua posição, ela se mantém fixa acompanhando o posicionamento da aeronave. Sua propulsão é feita estritamente por motores ou turbinas;

**Aeronaves de asas rotativas:** São as aeronaves cujo sistema de sustentação e propulsão utilizam dispositivos móveis. São exemplos dessas aeronaves os helicópteros, cujas a pás das suas hélices enquanto giram tem seus ângulos de ataque alterados para promover sua movimentação;

**Aeronaves de sistemas mistos:** São as aeronaves que possuem a habilidade de mudar a configuração do posicionamento de suas asas/propulsores a fim de alcançar pontos positivos inerentes das configurações descritas anteriormente (Figura 1.2(b)). Elas podem assumir uma condição de aeronave de asa fixa e obter maior autonomia de voo, ou podem se configurar como uma aeronave de asas rotativas e realizar pousos verticais sem necessidade de pistas de pouso;



Figura 1.2: (a) Balão dirigível de Henri Giffard de 1852 (Obtido em Wikipédia) (b) BELL V-280 VALOR - Retirado de: <https://www.bellflight.com/products/bell-v-280>

### 1.1.2 Tiltrotor

O Tiltrotor é uma aeronave de tipo misto que possui capacidade de decolagem e pouso vertical e capacidade de voo como uma aeronave de asa fixa. Ele é predominante usado pelas forças militares para missões onde o território é de difícil acesso. Essa tecnologia foi proposta pela

primeira vez por Larry Bell, um industrial americano que realizou importantes contribuições na área de aeronáutica.

Ele realizou em 1955 o lançamento do projeto XV-3 em parceria com a força aérea americana. Essa foi a primeira aeronave tiltrotor da história. Esse tipo de aeronave possui grande grau de complexidade. As dificuldades passam pela sua capacidade de estabilização, da complexidade dos mecanismos envolvidos para realizar a transição dos propulsores do modo VTOL para asa fixa e o esforço por fadiga gerado pela movimentação dos motores durante a mudança dos modos de voo.

A Bell Aviation e a Nasa continuam até hoje com trabalhos voltados para criação de aeronaves com essa proposta. Na Figura 1.3 podemos ver alguns dos ensaios feitos por Bell.



Figura 1.3: Vôo de teste do XV-3 de Larry Bell (Retirado do vídeo: Bell XV 3 Tiltrotor VTOL Aircraft Flight Tests 1956 Bell Helicopter - <https://youtu.be/uuA52hbEUaU>)

Nos dias de hoje as aeronaves do tipo tiltrotor operam de maneira plena e a sua tecnologia se encontra em um nível avançado. Entretanto, esse tipo de aeronave não tem atualmente aplicações comerciais em larga escala.

A aeronave mais famosa atualmente é o Bell Boeing V-22 Osprey, operado predominantemente pela força aérea americana. Ela é produzida desde 1988, tendo sido entregue mais de 200 unidades. Outra aeronave que está em fase de desenvolvimento é a NASA GL-10, o primeiro tiltrotor que utiliza motores elétricos. Um diferencial dessa aeronave é que ela possui oito propulsores instalados ao longo da sua asa, a qual se movimenta juntamente com os motores durante a transição. Ela também apresenta dois motores instalados na sua empennagem a fim de garantir a manobrabilidade da aeronave.

Este trabalho irá focar na capacidade de estabilização de atitude e altitude de uma aeronave do tipo tiltrotor. A estrutura básica de uma aeronave desse tipo se dá a um número determinado de



propulsores que podem ter sua posição angular alterada por um sistema auxiliar da aeronave. Esses motores podem ser posicionados na aeronave de acordo com as demanda do projeto. Nesse projeto temos uma plataforma com uma estrutura em formato de U em que os motores são posicionados nas extremidades da estrutura. Eles são movimentados por servos motores. O presente trabalho possui dois motores de propulsão e dois servos motores. Um breve resumo das possíveis manobras que a plataforma pode fazer para se movimentar estão descritas a seguir com base no desenho da Figura 1.4(a) e 1.4(b) exceto a manobra de transição de voo, visto que a plataforma no presente momento não possui asa e empenagem de voo:

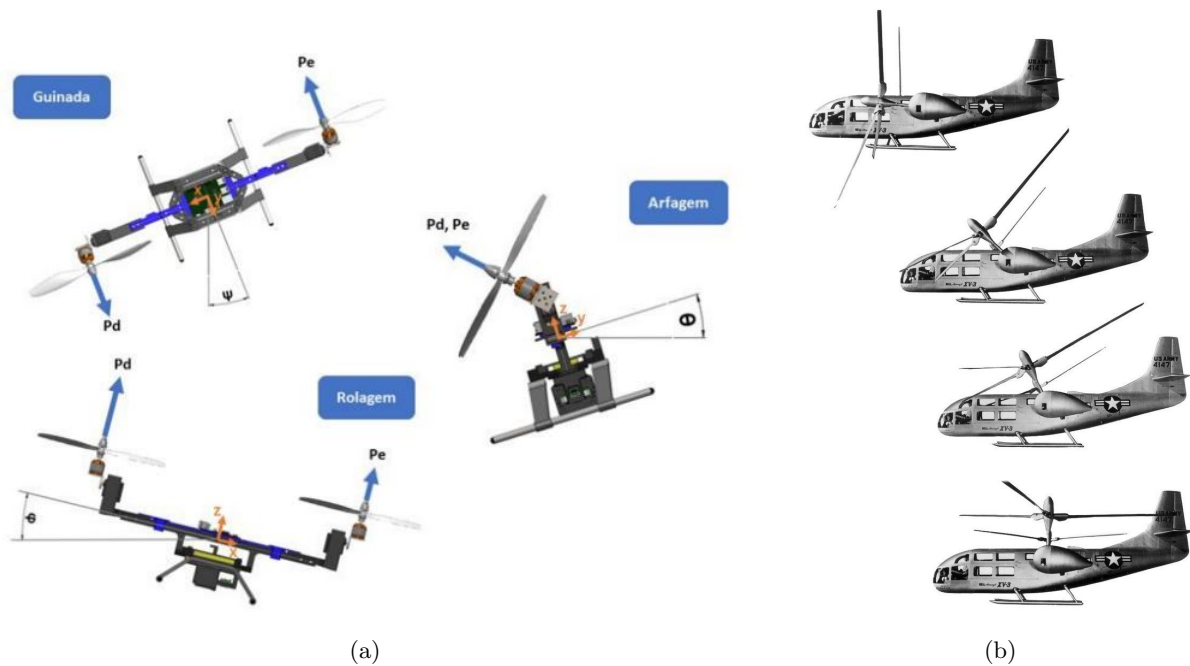


Figura 1.4: (a) Funcionamento básico de um tiltrotor (Plataforma aérea TiltRotor - (Imagem retirada do trabalho "Adequação de Hardware e Implementação de um Sistema de Controle de um Robô Aéreo com Dois Rotores Articulados- de Gabriel Caltadi)) (b) Aeronave BELL XV-3 realizando a transição de seu propulsores (<https://alchetron.com/Bell-XV-3>)

- **Arfagem:** Muda-se a posição angular dos dois motores em uma mesma direção, gerando um deslocamento linear de acordo com as componentes das forças geradas;
- **Rolagem:** Muda-se a potência dos motores, fornecendo uma diferença de forças que gera uma velocidade angular no eixo longitudinal da aeronave;
- **Guinada:** Muda-se a posição angular dos dois motores de forma a gerar um binário de forças, permitindo orientar a aeronave na direção desejada;
- **Controle de altitude:** Para controle da altitude é realizado uma variação igualitárias da potência dos motores a fim de compensar a força devido a gravidade para subir ou descer a aeronave;
- **Transição de modo de voo:** Realiza-se mudança gradual do posicionamento dos motores

da aeronave para que ela alterne entre os dois modos de voo (Vertical com sustentação feita pelos motores e horizontal pelas asas);

### 1.1.3 Comparativo entre Tiltrotor e outras aeronaves e eVTOL

Cada aeronave é projetada com o fim de atender uma grupo de requisitos que são fornecidos aos projetistas. Dessa maneira, procura-se nesse tópico fazer uma demonstração das diferenças básicas entre as aeronaves a fim de entender os propósitos de cada projeto.

Na tabela 1.1 temos alguns dados relacionados as capacidades das aeronaves de acordo com seu tipo. O helicóptero tem característica VTOL, mas suas outras características estão abaixo das capacidades das demais aeronaves do comparativo. Por outro lado, o avião possui bons números de alcance, peso máximo carregado e de velocidade, mas não faz decolagens e pousos na vertical. O V-22 Osprey por sua vez une as qualidades das duas aeronaves anteriormente citadas a fim de atender uma demanda intermediária entre as duas propostas.

Tabela 1.1: Comparativo entre aeronaves

| Critério                   | Tiltrotor<br>(V-22 Osprey) | Helicóptero<br>(CH-47 Chinook) | Avião<br>(KC-390) |
|----------------------------|----------------------------|--------------------------------|-------------------|
| Alcance (MTOW) (Km)        | 3.590                      | 2.252                          | 2.820             |
| Pouso e Decolagem Vertical | Sim                        | Sim                            | Não               |
| Peso Máximo Carregado (Kg) | 27.400                     | 22.680                         | 67.000            |
| Velocidade Máxima (Km/h)   | 565                        | 315                            | 988               |
| Preço (Milhões de dolares) | 72,1                       | 38,55                          | 85                |

Existe uma linha de inovação dentro da área de aviação que tem trabalhado em aeronaves VTOL com propulsão elétrica, denominados eVTOL (electric vertical takeoff and landing). Eles visam atender um mercado mais específico, voltado para a mobilidade urbana. Essa demanda surge devido a insuficiência da mobilidade urbana terrestre existente em alguns grandes centros. Muitas vias outrora projetadas para uma demanda menor trânsito não atendem mais o número de veículos e de pessoas transitando nas grandes cidades.

## 1.2 Contextualização - Estado da arte

Essa parte do trabalho trata do que se tem desenvolvido pelo mundo relacionado a VANT's, dando ênfase aos trabalho envolvendo tiltrotor. O presente trabalho é a continuação do trabalho [1] e [2]. Eles desenvolveram os aspectos estruturais, eletrônicos e de sistemas da plataforma. Também foi desenvolvido um sistema de controle.

A abordagem de modelagem do sistema utilizada por [3], [4] e [5] é a do formalismo de Newton-Euler. Ela é amplamente utilizada pela facilidade de visualização dos aspectos físicos e por possuir um padrão de descrição de translação e rotação de um corpo rígido para um referencial terrestre.

As equações voltadas para a propulsão gerada por uma hélice são complexas. Dessa maneira, é utilizada uma simplificação a fim de obter uma equação para descrição da força de empuxo e do momento de arrasto gerado que pode ser visto em [6] e [4].

Para o projeto de controle para VANT's, uma etapa intermediária presente nos controladores voltados para esse problema se deve a determinação da inversa do modelo dinâmico, ou em alguns casos, essa parte é chamada de mixer em que é determinado um conjunto de funções que recebem os valores de estado do sistema e retornam em função delas as entradas desejadas para a planta do sistema. Isso pode ser observado nos trabalhos [7] e [8].

Para o projeto de controle, os controles PID e o método de Espaço Estados tem sido amplamente utilizados. Isso pode ser visto nos trabalhos [2], [7], [8], [9]. Em [4] é feito um comparativo entre controladores adaptativos e controladores tradicionais analisando seu custo benefício.

Para simulações dos resultados, o Simulink e o Matlab tem ampla utilização, tendo sido usado por trabalhos envolvendo a NASA como em [10]. Nesse trabalho utilizou-se sistema para simulação do projeto.

Trabalhos mais avançados tem abordado dinâmicas não-lineares não só na modelagem do sistema como também no projeto de controladores. Em [11], [12] e [13] é trabalhado uma forma de obter a inversa da planta de maneira não linear.

Por fim, alguns trabalhos tem desenvolvido modelos de tiltrotor mais sofisticados com três motores e com a asa já acoplada na aeronave. Exemplos como esse podem ser vistos em [14] e [8].

### 1.3 Delimitação do problema e objetivos

O objetivo desse trabalho é dar continuidade ao processo de desenvolvimento da plataforma didática tiltrotor da Universidade de Brasília (Figura 1.7) realizando a modelagem e o projeto de um controlador que estabilize a plataforma em atitude e altitude.



Figura 1.5: Plataforma Tiltrotor

A primeira etapa é a de modelagem do sistema dinâmico. A modelagem deve ser voltada para

uma abordagem não linear, a fim de que em etapas posteriores do projeto se tenha um modelo mais próximo do comportamento da plataforma real. Um requisito dessa etapa é a obtenção de um modelo não linear da planta.



Figura 1.6: Visão do servo de atuação do posicionamento dos motores

Na segunda etapa do projeto é realizar o projeto e simulação de um controlador que permita a operação de voo estabilizado no modo VTOL da plataforma tiltrotor. O requisito principal dessa etapa é que o projeto seja um controle de caixa branca, onde se utiliza-se aspectos da própria modelagem da planta para concepção do controlador.

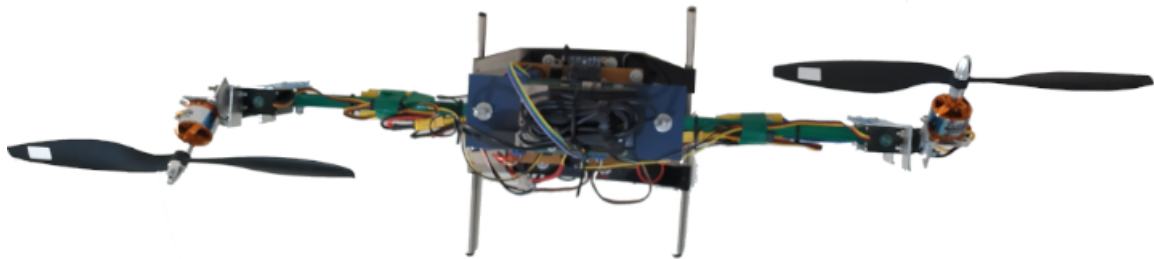


Figura 1.7: Visão da parte superior do Tiltrotor

Objetivos colaterais do trabalho deve-se a formar um acervo de conhecimento e ferramentas para a continuidade do desenvolvimento da plataforma para os próximos trabalhos.

Para fins de descrição da cronologia do desenvolvimento da plataforma Tiltrotor da Universidade de Brasília até aqui, lista-se os seguintes trabalhos:

1. Implementação do Hardware e Software de estabilização de um Robô Aéreo com dois Rotores Articulados de Davi Feques Vale e Mickael Ângelo A. da Costa: Desenvolveu-se a primeira versão da plataforma física e propôs uma modelagem dinâmica para o sistema e um sistema de controle;
2. Adequação de hardware e implementação de um sistema de controle de um robô aéreo com dois rotores articulados de Gabriel Luiz Pedreira Cataldi: Este trabalho otimizou alguns dos sistemas da plataforma e implementou-se um sistema de controle;

## 1.4 Resultados alcançados

- **Alterações na plataforma:** Foram realizadas otimizações na estrutura física da plataforma, substituindo sua viga principal e os suporte dos servos por estruturas de alumínio, a fim de conferir mais rigidez a plataforma sem alterar significamente o peso e o momento de inércia da plataforma. Manteve-se suas dimensões de acordo com o projeto do trabalho anterior;
- **Concepção do Modelo Dinâmico da plataforma:** Desenvolveu-se um Modelo Dinâmico da plataforma utilizando o formalismo de Newton-Euler para descrever os movimentos de translação e rotação da Aeronave;
- **Implementação da simulação do modelo em Simulink:** Implementou-se o modelo em Simulink usando diagrama de blocos e funções relacionadas a dinâmica da plataforma. Realizou-se simulações em malha aberta para verificação do modelo afim analisar o comportamento dinâmico da plataforma.
- **Identificação do sistema:** Foi realizado a identificação do sistema através de testes de bancada, análise em CAD, uso de instrumentos específicos como tacômetro e balanças;
- **Projeto de Controle da plataforma:** Projetou-se um controlador utilizando a inversa da planta, equações de atitude e controladores da família PID;
- **Ajustes do ganhos dos controladores proporcionais:** Ajustou-se os ganhos dos controladores para o modelo dinâmico obtido na etapa de identificação de sistema;
- **Simulação do controle:** Realizou-se simulações para verificação do comportamento da aeronave utilizando-se sinais de referência;
- **Performance do controlador:** Simulou-se o comportamento do sistema para ruído e perturbações obtendo um comportamento coeso em relação a estratégia utilizada;

## 1.5 Organização do trabalho

A organização do trabalho está disposta na lista que segue:

- **Capítulo 1 - Introdução:** A primeira etapa consiste em contextualizar o leitor sobre os VANT's e suas aplicações nas diversas áreas da sociedade. É apresentado um panorama geral dos tipos de aeronaves existentes, detalhando posteriormente o funcionamento da aeronave de estudo desse trabalho, o tiltrotor. Por fim apresenta-se os objetivos e resultados alcançados.
- **Capítulo 2 - Fundamentação:** Realiza-se uma breve exposição da teoria utilizada para a realização da modelagem e projeto de controle da plataforma tiltrotor. Entre os assuntos trabalhados, são destaque os conceitos de Dinâmica de corpos rígidos, as matrizes de rotação, as equações de Euler para atitude, as derivadas das inversas dessas equações e os controladores da família PID;
- **Capítulo 3 - Desenvolvimento:** É apresentado todo o fluxo de trabalho e tomada de decisões referente a modelagem e projeto do controle da plataforma. Modela-se o sistema utilizando o formalismo de Neuton-Euler em conjunto com as matrizes de rotação para descrever o movimento translacional e rotacional da plataforma. Propõe-se um esboço de projeto de controle e percorre seu desenvolvimento detalhando cada etapa. Por fim simula-se o modelo afim de verificar seu nível de fidelidade com o sistema real;
- **Capítulo 4 - Resultados:** São demonstrados os resultados obtidos através de simulações do modelo e do controle em malha fechada utilizando a plataforma Matlab e Simulink. Propõe-se uma série de testes afim de avaliar o comportamento da plataforma;
- **Capítulo 5 - Conclusões:** Realiza-se uma análise dos resultados e propõe melhoras a serem feitas para próximos trabalhos.

## Capítulo 2

# Fundamentação

*Realizará uma breve revisão da teoria utilizada para o desenvolvimento do trabalho*

### 2.1 Cinemática de corpos rígidos

Inicia-se esse capítulo tratando sobre os aspectos cinemáticos e dinâmicos de corpos rígidos. Na literatura existem vários paradigmas que tratam dessa temática, como a abordagem dos ângulos de Euler e a dos quatérnios, cada qual com características convenientes para cada tipo de situação tratada. A parametrização da atitude adotada neste trabalho é por ângulos de Euler. É utilizado dois sistemas referenciais, um fixo a plataforma e o outro o sistema referencial inercial (Figura 4.1).

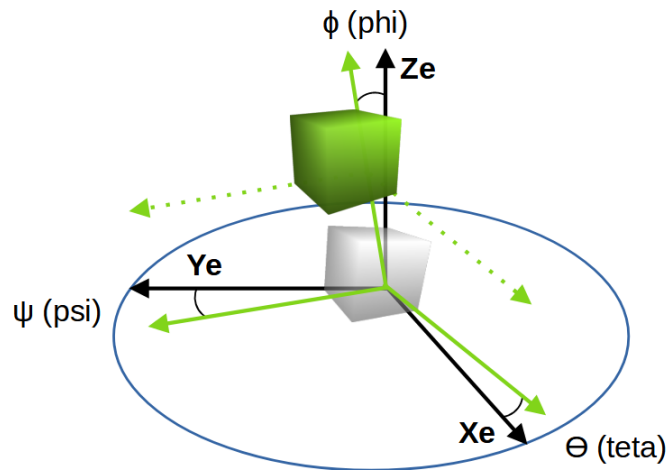


Figura 2.1: Sistema de referência descrito com ângulos de EULER

Utilizará a seguinte nomenclatura para os termos seno, cosseno e tangente:

- $\text{cosseno}(\text{ângulo}) = c(\text{ângulo})$ ;
- $\text{seno}(\text{ângulo}) = s(\text{ângulo})$ ;
- $\text{tangente}(\text{ângulo}) = t(\text{ângulo})$ ;

### 2.1.1 Matrizes de Rotação

O método das matrizes de rotação é um artifício que leva um conjunto de vetores que está disposto em um determinado referencial para outro. No caso desse trabalho especificamente, busca-se uma transformação que receba as forças em um sistema referencial fixo no corpo da plataforma e forneça as respectivas coordenada para o referencial terrestre. Utiliza-se então as matrizes de rotação de Euler, tendo para cada eixo de rotação as matrizes 2.1, 2.2 e 2.3 (sequência 3-2-1):

$$R_{\mathbf{x}}(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$R_{\mathbf{y}}(\theta) = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$R_{\mathbf{z}}(\psi) = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Para a descrição de um movimento nos três eixos de rotação do Euler simultaneamente faz-se necessária uma composição das matrizes de rotação para cada eixo. O resultado dessa composição seguem em 2.4:

$$R(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi s\theta c\phi \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\phi + s\psi s\theta c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Por fim, aplicando-se a transformação nas acelerações lineares de uma sistema dinâmicos temos a seguinte relação em 2.5:

$$\begin{bmatrix} a_e \\ a_a \\ z_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi s\theta c\phi \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\phi + s\psi s\theta c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{bx} \\ a_{by} \\ a_{bz} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

### 2.1.2 Equações de Euler para atitude

Determinação de atitude é o estudo de métodos para estimar a matriz ortogonal adequada que transformar vetores de uma referência fixa no espaço a uma referência fixa no corpo [15]. Os eixos  $X_e$ ,  $Y_e$  e  $Z_e$  se referem aos eixos de referência inercial (figura 2.1). Os eixos  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$  se referem



ao referencial inercial angular. As Equações estão descritas a seguir em 2.6, 2.7 e 2.8 (sequência 3-2-1):

$$\dot{\phi} = w_x^b + (s\phi t\theta)w_y^b + (c\phi t\theta)w_z^b \quad (2.6)$$

$$\dot{\theta} = (c\phi)w_y^b - (s\phi)w_z^b \quad (2.7)$$

$$\dot{\psi} = (s\phi/c\theta)w_y^b + (c\phi/c\theta)w_z^b \quad (2.8)$$

O índice b se refere a variáveis relacionados ao referencial no corpo. A variável  $\omega$  representa velocidade angular. Para a representação das derivadas, utiliza-se um ponto acima da variável.

### 2.1.3 Uma abordagem utilizando as equações de euler

Nesta etapa procura-se obter as acelerações angulares dos eixos x, y e z fixos ao corpo. O primeiro passo a realizar para a obtenção dessas acelerações é inverter o conjunto de equações que descrevem os ângulos de Euler. Dessa maneira, realizando a inversão das Equações 2.6, 2.7 e 2.8 temos em 2.9 a seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} \omega_{bx} \\ \omega_{by} \\ \omega_{bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s(\theta) \\ 0 & c(\phi) & s(\phi)c(\theta) \\ 0 & -s(\phi) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Os passos a seguir é uma estratégia usada em [8], em que deriva-se essas inversas obtendo um conjunto de equações que retornam as acelerações angulares nos eixos do corpo:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{bx} &= dphi - dpsi s(\theta) - \dot{\phi}\dot{\theta} c(\theta) \\ \dot{\omega}_{by} &= dteta c(\phi) - \dot{\theta}\dot{\phi} s(\phi) + dpsi s(\phi) c(\theta) + \dot{\phi}\dot{\psi} c(\phi) c(\theta) - \dot{\phi}\dot{\theta} s(\phi) s(\theta) \\ \dot{\omega}_{bz} &= -dteta s(\phi) - \dot{\theta}\dot{\phi} c(\phi) + dpsi c(\phi) c(\theta) - \dot{\phi}\dot{\psi} s(\phi) c(\theta) - \dot{\phi}\dot{\theta} c(\phi) s(\theta) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Adequando o resultado de 2.10 para uma aplicação de controle, denota-se que a velocidades dos ângulos de Euler como entradas das equações de aceleração angular nos eixos fixos ao corpo. Denota-se essas entradas como u, rotulando-as com um índice respectivo a cada ângulo (conjunto de Equações 2.11). Os termos referente a posicionamento da plataforma são considerados como constantes dentro da equação.

$$\begin{aligned} \dot{w}_{bx} &= u_o - u_\phi s(\theta) - \dot{\phi}\dot{\theta} c(\theta) \\ \dot{w}_{by} &= u_\theta c(\phi) - \dot{\theta}\dot{\phi} s(\phi) + u_\psi s(\phi) c(\theta) + \dot{\phi}\dot{\psi} c(\phi) c(\theta) - \dot{\phi}\dot{\theta} s(\phi) s(\theta) \\ \dot{w}_{bz} &= -u_\theta s(\phi) - \dot{\theta}\dot{\phi} c(\phi) + u_\psi c(\phi) c(\theta) - \dot{\phi}\dot{\psi} s(\phi) c(\theta) - \dot{\phi}\dot{\theta} c(\phi) s(\theta) \end{aligned} \quad (2.11)$$

## 2.2 Dinâmica de corpos rígidos

O formalismo de Newton-Euler é uma abordagem para desenvolvimento de modelos dinâmicos de corpo rígidos. Ele permite o uso de dois ou mais sistemas de referenciais (no caso do presente trabalho, um fixo ao corpo da plataforma e outro fixo ao referencial terrestre). Essa abordagem facilita a modelagem do sistema uma vez que determinada as equações de forças no referencial fixo na plataforma, utiliza-se o método de matrizes de rotação para obter o comportamento da plataforma no referencial terrestre.

O formalismo de Newton-Euler está descrito no desenvolvimento das equações 2.12 a 2.16. Aplica-se a segunda lei de Newton escrita na forma de um vetor  $\mathbf{R}$  (matriz de rotação) em conjunto com as forças presentes no corpo do objeto. As equações que descrevem os Momentos em determinado eixo de rotação e é dado pelo produto vetorial da matriz de Inércia do objeto pelo produto vetorial de velocidades nos eixos do corpo. A variável  $\tau$  e o índice  $b$  nas equações se referem aos momentos devido a forças presentes no corpo.

Segue o desenvolvimento do formalismo de Newton-Euler:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}^b \\ \dot{\omega}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega^b \times m v^b \\ \omega^b \times I \omega^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f^b \\ \tau^b \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

A modelagem por sua vez é feita usando o referencial terrestre. Dessa maneira, a forças de Coriolis para translação são nulas:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}^e \\ \dot{\omega}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega^b \times I \omega^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} R_B \mathbf{f}^b \\ \tau^b \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Ir-se-á considerar que a plataforma possui simetria em relação ao sistema de referência fixo na plataforma, temos que sua matriz de Inércia é diagonal:

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

A matriz produto vetorial das velocidades no referencial do corpo é dada por:

$$\omega^b = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z^b & \omega_y^b \\ \omega_z^b & 0 & -\omega_x^b \\ -\omega_y^b & \omega_x^b & 0 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Por fim, para a obtenção do modelo dinâmico que descreva o movimento linear e rotacional de um corpo rígido em um sistema inercial aplica-se as seguintes equações:

$$\begin{aligned}
m\dot{v}_x^e &= R(\phi) \sum F_x^b \\
m\dot{v}_y^e &= R(\theta) \sum F_y^b \\
m\dot{v}_z^e &= -mg + R(\psi) \sum F_z^b \\
I_{xx}\dot{\omega}x^b &= \omega y^b \omega_z^b (I_{yy} - I_{zz}) + \sum \tau_x^b \\
I_{yy}\dot{\omega}y^b &= \omega z^b \omega_x^b (I_{zz} - I_{xx}) + \sum \tau_y^b \\
I_{zz}\dot{\omega}z^b &= \omega x^b \omega_y^b (I_{xx} - I_{yy}) + \sum \tau_z^b \\
\dot{\phi} &= \omega_x^b + (s\phi t\theta)\omega_y^b + (c\phi t\theta)\omega_z^b \\
\dot{\theta} &= c\phi\omega_y^b - s\phi\omega_z^b \\
\dot{\psi} &= (s\phi/c\theta)\omega_y^b + (c\phi/c\theta)\omega_z^b
\end{aligned} \tag{2.16}$$

O diagrama de corpo livre correspondente as Equações em 2.16 obedecem o seguinte sistema referencial:

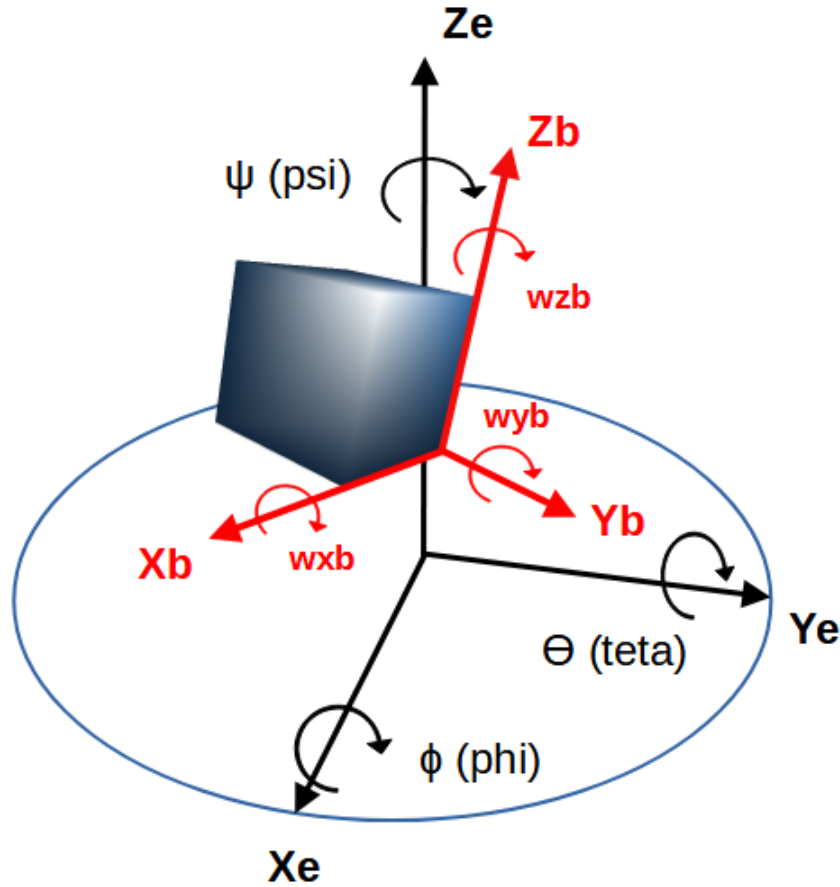


Figura 2.2: Demonstração do diagrama de corpo livre com dois sistemas de referências (referencial inercial e referencial no corpo)

## 2.3 Modelo matemático de propulsão e arrasto de uma hélice

Classifica-se como hélice todo dispositivo composto por perfis aerodinâmicos rotacionando em conjunto com o mesmo centro. Essa rotação por sua vez gera uma força comumente chamada de propulsão. Existem algumas explicações quanto a geração da força de sustentação de um perfil aerodinâmico.

Uma delas é que o deslocamento do perfil pelo ar gera uma diferença de pressão entre suas faces ocasionando na geração de uma força orientada da região de maior pressão para a região de menor pressão. Dessa maneira os projetistas desenvolvem desenhos de perfis de maneira a encontrar um compromisso entre a localização dessas áreas de pressão e logo, do direcionamento dessa força.

Segundo (PADFIELD, 1999) a força realizada por uma hélice é proporcional ao quadrado da velocidade angular de sua rotação multiplicada por constantes relacionadas a aspectos aerodinâmicos. Por outro lado, o movimento de uma hélice gera um arrasto aerodinâmico, visto que seu trata de uma asa girando por um ambiente viscoso. Esse arrasto gera um torque aerodinâmico no ponto onde está o eixo de rotação da hélice. Dessa maneira, iremos usar como modelo matemático das hélices as Equações 2.17 e 2.18, presentes em [16] e [4]:

$$F = \rho AC_T (\Omega R)^2 = \kappa_f \Omega^2 \quad (2.17)$$

$$Q = \rho AC_Q R (\Omega R)^2 = \kappa_Q \Omega^2 \quad (2.18)$$

Em que cada coeficiente é descrito a seguir:

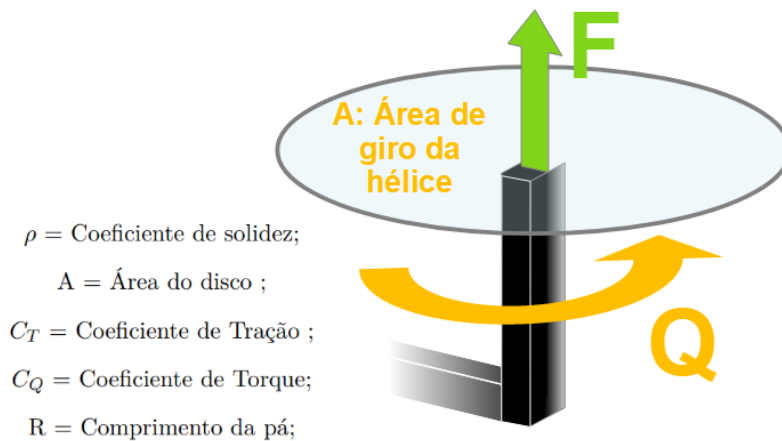


Figura 2.3: Coeficientes de tração e momento devido ao arrasto da hélice

As variáveis  $F$  e  $Q$  são respectivamente a Força gerada por uma hélice e o momento gerado pelo arrasto de uma hélice. As constantes  $K_F$  e  $K_Q$  são as constantes de empuxo e de momento devido a rotação de uma hélice e encapsulam todos os aspectos físicos devido giro de uma hélice descritos aqui. Por fim, essas constantes podem ser obtidas através de ensaios estáticos e em túneis de vento.

## 2.4 Filtragem digital de sinais

Filtros digitais de sinais são implementações computacionais para tratamento de sinais a fim de se reduzir distorções como ruídos, flutuações, entre outros.

Um exemplo de filtro comumente utilizado é o filtro de média móvel. Ele consiste em fazer a média de um determinado número finito de medidas, de maneira que a cada leitura descarta-se a medida mais antiga e adiciona-se a medida mais recente realizando-se assim uma média atualizada de um fluxo de leituras. Alguns filtros de média não fazem buffer do valores de entrada do filtro, mas utilizam-se de artifícios matemáticos a fim de obter resultados semelhantes sem que haja o custo computacional do armazenamento de um subconjunto de medidas.

Apesar de um filtro útil, para algumas aplicações o filtro de média móvel não é suficiente. Em algumas situações é preciso que a filtragem leve em conta comportamentos relacionado a frequência do sinal. Entre os filtros mais utilizados para esse tipo de problema, está o filtro de Butterworth. Ele foi apresentado pelo engenheiro britânico Stephen Butterworth em "On the Theory of Filter Amplifiers", obra publicada por ele. Entre as características relevantes sobre esse filtro estão:

- A resposta do filtro é diretamente proporcional a ordem do filtro, sendo que um filtro de primeira ordem tem variação de -20 dB por década, o do segunda ordem de -40 dB por década, e assim sucessivamente;
- A queda de magnitude possui um comportamento de uma função linear;
- O formato do filtro se mantêm mesmo havendo mudanças de ordem da equação característica;

Para exemplificação, a configuração algébrica desse filtro para um sistema de segunda ordem é descrita pela função de transferência discreta em 2.19:

$$\frac{y(k)}{u(k)} = \frac{b_0 + b_1 \cdot q^{-1} + b_2 \cdot q^{-2}}{a_0 + a_1 \cdot p^{-1} + a_2 \cdot p^{-2}} \quad (2.19)$$

Desenvolvendo algebricamente 2.19 temos:

$$\begin{aligned} y(k) \cdot (a_0 + a_1 \cdot p^{-1} + a_2 \cdot p^{-2}) &= u(k) \cdot (b_0 + b_1 \cdot p^{-1} + b_2 \cdot p^{-2}) \\ y(k) &= \frac{1}{a_0} \cdot (-a_1 y(k-1) - a_2 \cdot y(k-2) + b_0 \cdot u(k) + b_1 \cdot u(k-1) + b_2 \cdot u(k-2)) \end{aligned} \quad (2.20)$$

Os coeficientes  $a_i$  e  $b_i$ , com  $i$  variando de 0 até a ordem do filtro, são valores dependentes da ordem do filtro e da frequência de corte que se deseja. Esses coeficientes podem ser obtidos por diversos caminhos, sendo que nesse trabalho utilizou-se a ferramenta Matlab para esse fim. A Equação 2.20 está no formato denominado equação das diferenças, um modelo discreto de uma função em tempo contínua adequada a ser implementada em microcontroladores.

## 2.5 Controle PID

O controle PID (Controlador Proporcional Integral Derivativo) é uma técnica de controle que atua com uma composição de ações de modo derivativo, integral e proporcional. Isso faz com que o erro seja minimizado pela ação proporcional, anulado pela ação integral e corrigida antecipadamente pela ação derivativa. A depender do sistema ou subsistema a ser controlado, uma ou mais dessas ações podem ser anuladas conforme conveniência. Uma típica configuração de um sistema controle PID é visto na Figura 3.17:

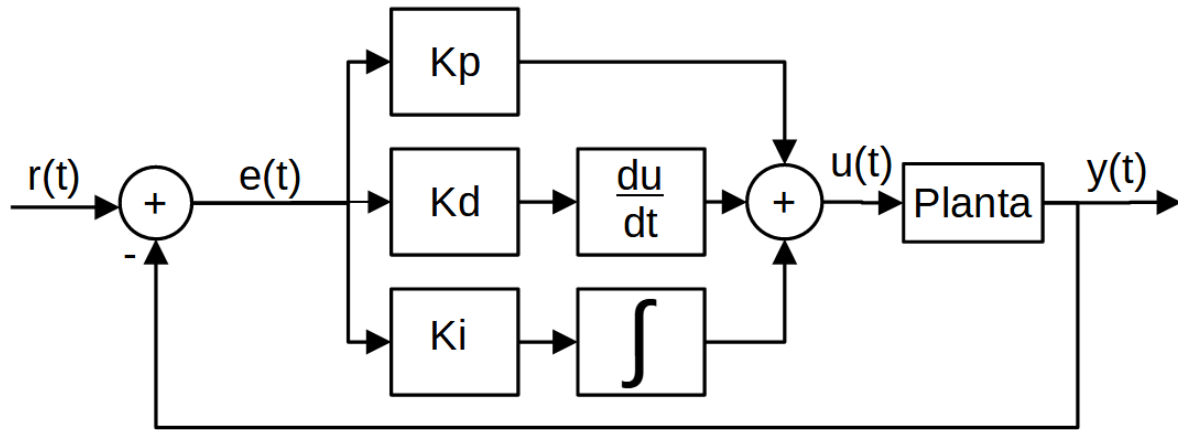


Figura 2.4: Diagramas de blocos do controlador PID

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

onde

$K_p$  : Ganho Proporcional

$K_i$  . Ganho Proporcional

$K_d$  . Ganho Derivativo

(2.21)

e. Erro

t: Tempo

Para sistemas discretos, temos:

$$u[k] = K_p \left( e[k] + \frac{T}{T_i} \sum_{j=0}^k e[j] + \frac{T_d}{T} (e[k] - e[k-1]) \right)$$

O ganho proporcional, denominado por  $K_p$ , é multiplicado pelo erro gerado pela diferença entre o estado desejado da variável de controle e o valor medido em determinado instante de tempo. Essa ação portanto é mais atuante no sistema para grandes valores de erro.

O ganho derivativo, denominado por  $K_d$ , é multiplicado pelo erro seguido pelo cálculo diferencial do resultado. Isso fornece portanto a velocidade da variação do erro, permitindo que o controlador compense o sistema de acordo com a intensidade do evento.

O ganho integral, denominado por  $K_i$ , é multiplicado pelo erro seguido do cálculo integral do resultado. Esse componente acumula os valores de erro a cada ciclo de amostragem, que por consequência, aumenta seu valor até que o sistema comece a progredir para erro nulo.

## 2.6 Ajuste de controladores baseado na sensibilidade limite

Os controladores PID possuem uma característica bastante conveniente para a determinação dos seus coeficientes  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$ . Eles podem ser alcançados experimentalmente realizando ajustes manuais dos valores com o sistema em malha fechada de maneira a alcançar uma resposta razoável do sistema para determinado sinal de referência.

Um método bastante tradicional de ajuste de controladores PID é a sintonia Ziegler-Nichols. Ele consiste em considerar inicialmente como nulo os ganhos integrais e derivativos, aumentando o ganho proporcional gradual e lentamente até que o sistema atinja uma condição oscilatória periódica de amplitude constante. Com esse cenário estabelecido, registra-se o ganho obtido e o período em que a oscilação acontece. Por fim, utilizando-se as relações presentes na Tabela 2.22, obtendo-se os ganhos para cada componente do controlador. O ganho para oscilação periódica de amplitude constante denominamos  $K_u$  e seu período de oscilação denominamos  $P_u$ :

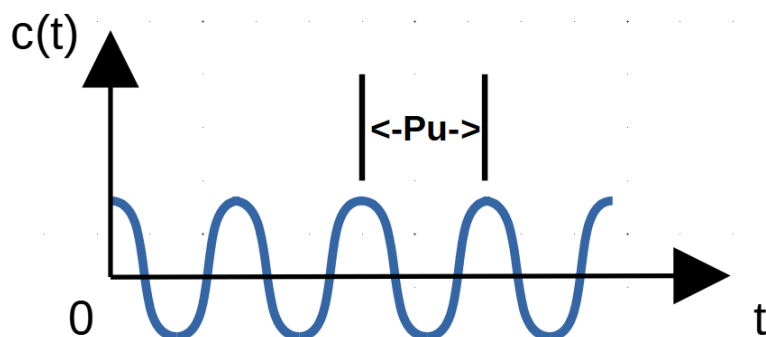


Figura 2.5: Resposta do sistema ao ajuste de  $K_p$ , com os outros ganhos em zero

Tabela 2.22

| Tipo do controlador | $K_p$     | $T_d$   | $1/T_i$  |
|---------------------|-----------|---------|----------|
| P                   | $0,5K_u$  | 0       | 0        |
| PD                  | $0,6K_u$  | $P_u/8$ | 0        |
| PI                  | $0,45K_u$ | 0       | $1,2P_u$ |
| PID                 | $0,6K_u$  | $P_u/8$ | $2P_u$   |

Outra estratégia de ajuste de um controlador PID pode ser utilizando os seguintes passos:

1. Ajustar os ganhos  $K_d$  e  $K_i$  para zero;
2. Ajustar  $K_p$  até que o sistema alcance o tempo de subida desejado;
3. Ajustar o ganho  $K_p$  em conjunto com o ganho  $K_d$  de maneira a alcançar um compromisso entre o tempo de subida e o sobressinal da resposta;
4. Ajustar o ganho  $K_i$  a fim de anular o erro em estado estacionário;
5. Ajuste fino do controlador;

## 2.7 Ajuste de controladores PD para sistemas de segunda ordem

Uma forma de aplicação do controlador PD é aplicando ganhos para o erro da variável controlada e para o erro da sua velocidade, somando esses valores em seguida. Ele é um controlador rápido devido sua capacidade de antecipação ao ganho derivativo. Esse controlador se aplica a sistemas em que a saída do sistema possui variações rápidas e com frequência elevada. O controlador está descrito na Equação 2.22, sendo ele um controlado de posição utilizando medidas de posição e velocidade:

$$f = k_p (x_{ref} - x) + k_d (v_{ref} - v) \quad (2.22)$$

Um sistema de segunda ordem por sua vez é aquele que possui um polinômio de grau dois no denominador em sua função de transferência. Ele pode ser descrito pela função de transferência em (Equação 2.23), tendo  $\omega_n$  como a frequência natural do sistema e  $\zeta$  é o fator de amortecimento do sistema:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.23)$$

O fator de amortecimento é uma constante de sistema que pode ser obtida através da Equação 2.24. Ela é dependente da ultrapassagem percentual do sistema dado um degrau de referência, isto é, o valor proporcional máximo em que o sinal de saída do sistema ultrapassa o valor de referência até que alcance a condição de assentamento:

$$\zeta = \frac{-\ln(U_p\%)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(U_p\%)}} \quad (2.24)$$

Desta maneira, para rastreamento de uma referência através de um controlador PD podemos utilizar a seguinte configuração de ganho em 2.25 e 2.26:

$$k_p = \omega_n^2 \quad (2.25)$$

$$k_d = 2\zeta\omega_n \quad (2.26)$$

A frequência natural pode ser obtida observando a frequência de oscilação do sistema em Hertz através da seguinte relação Equação (2.27):

$$\omega_n = 2\pi f \quad (2.27)$$

Essa configuração de modelo e controle é útil visto os parâmetros que podem ser ajustados e identificados em um sistema de controle.



## Capítulo 3

# Desenvolvimento

*Procura-se nesse capítulo descrever a modelagem em termos físicos da plataforma aérea tiltrotor. Determina-se as forças e os momentos envolvidos no comportamento dinâmico e posteriormente desenvolve-se a descrição cinemática do corpo em relação ao sistema referencial terrestre. Por fim, se desenvolve-se um controlador que estabilize a atitude e altitude da plataforma.*

### 3.1 Considerações Iniciais

Nesta etapa procura-se descrever a sequência de passos e decisões tomadas para a modelagem da plataforma Tiltrotor e o seu projeto de controle. A plataforma está disposta na Figura 3.1. Ela foi desenvolvida em um trabalho anterior denominado "Adequação de Hardware e Implementação de um Sistema de Controle de um Robô Aéreo com Dois Rotores Articulados", de Gabriel Caltadi. A plataforma é composta por dois motores de propulsão brushless de 1000 Kv equipados com hélices 10"x 4,5". Os motores são movimentados por servos motores, uma para cada motor, afim de promover a movimentação em um grau de liberdade em relação a plataforma. Mais detalhes dessa movimentação será descrita no tópico 3.2.

Algumas modificações foram feitas na plataforma a fim de aumentar a sua resistência a flexão e torção. Anteriormente o elemento que tinha a função estrutural, tendo sido produzido pelo método de impressão 3d, foi substituído por uma barra de alumínio de seção quadrada vazada. Os suportes dos servos também foram substituídos por elementos em formato de L usando cantoneira de alumínio.

O motores de propulsão por sua vez giram em sentidos opostos a fim de que o torque induzido e os efeitos giroscópios se cancelem na maior parte das situações de operação da aeronave. Essa é a primeira simplificação de projeto que permite uma melhor controlabilidade da aeronave.

Para movimento em torno do eixo x, muda-se sensivelmente a potência dos motores de propulsão aumentando a quantidade de um e diminuindo em módulo a mesma quantidade no outro. Essa diferença de potência gera uma mudança de forças que gera uma velocidade angular em torno

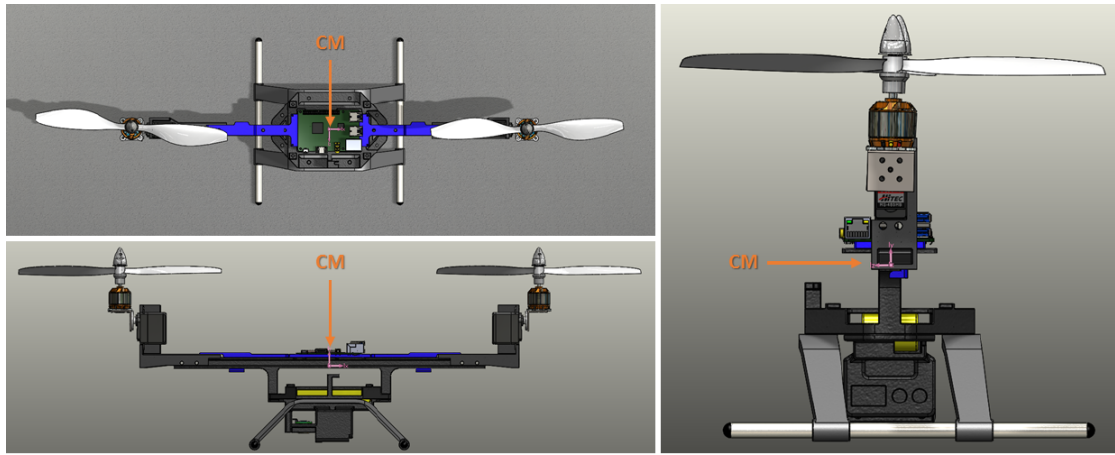


Figura 3.1: Plataforma aérea TiltRotor - (Imagem retirada do trabalho "Adequação de Hardware e Implementação de um Sistema de Controle de um Robô Aéreo com Dois Rotores Articulados- de Gabriel Caltadi)

do eixo x da plataforma (vide Figuras 3.2, 3.3 e 3.4). Essa manobra é comumente conhecida como rolagem.

Para movimentação em torno do eixo y, a posição angular dos motores mudam igualmente em um mesmo sentido, isto é, se posicionamos um dos motores com  $15^\circ$  em relação ao corpo da aeronave, o outro propulsor também terá um posicionamento de  $15^\circ$ . Essa configuração gera um momento e velocidade angular no eixo y alterando seu posicionamento angular ((vide Figuras 3.2, 3.3 e 3.4)). Essa manobra é comumente conhecida como arfagem.

Para movimentação em torno do eixo z, as posição angulares dos motores mudam de maneira inversa, isto é, se posicionamos um dos motores com  $15^\circ$  em relação ao corpo da aeronave, o outro propulsor então terá um posicionamento de  $-15^\circ$ . Essa configuração gera um momento e uma velocidade angular no eixo z alterando seu posicionamento angular (vide Figuras 3.2, 3.3 e 3.4). Essa manobra é comumente conhecida como guinada.

Para cada mudança referida acima, há também alteração do posicionamento linear da aeronave. Dessa maneira, a estabilização da atitude afeta as demais variáveis do sistema.

## 3.2 Condições de contorno

Nessa etapa faremos uma série de considerações que foram levadas em conta na concepção do modelo dinâmico da plataforma.

- **Estrutura como corpo rígido:** Na modelagem do sistema optou-se por considerar a estrutura da plataforma como corpo rígido. As torções e flexões envolvidas não afetam significativamente a cinemática e a dinâmica da plataforma;
- **Tempo de resposta dos servos:** Os servo motores utilizados nesse trabalho possuem tempo de resposta de 0.22 segundos para um deslocamento de 0 a 60 graus. Dessa maneira,

optou-se então por desprezar esse tempo de resposta, considerando para fins de modelagem que o seu comportamento é instantâneo para mudança de posição;

- **Graus de liberdade dos movimentos dos motores:** Os motores de propulsão possuem apenas um grau de liberdade em relação a plataforma, fazendo movimentações angulares em uma linha colinear ao eixo  $y$  da plataforma. As decomposição de forças decorrentes da propulsão sempre estarão no eixo  $Z$  e  $X$  do referencial fixo da plataforma. Isso pode ser visto no diagrama da Figura 3.2;

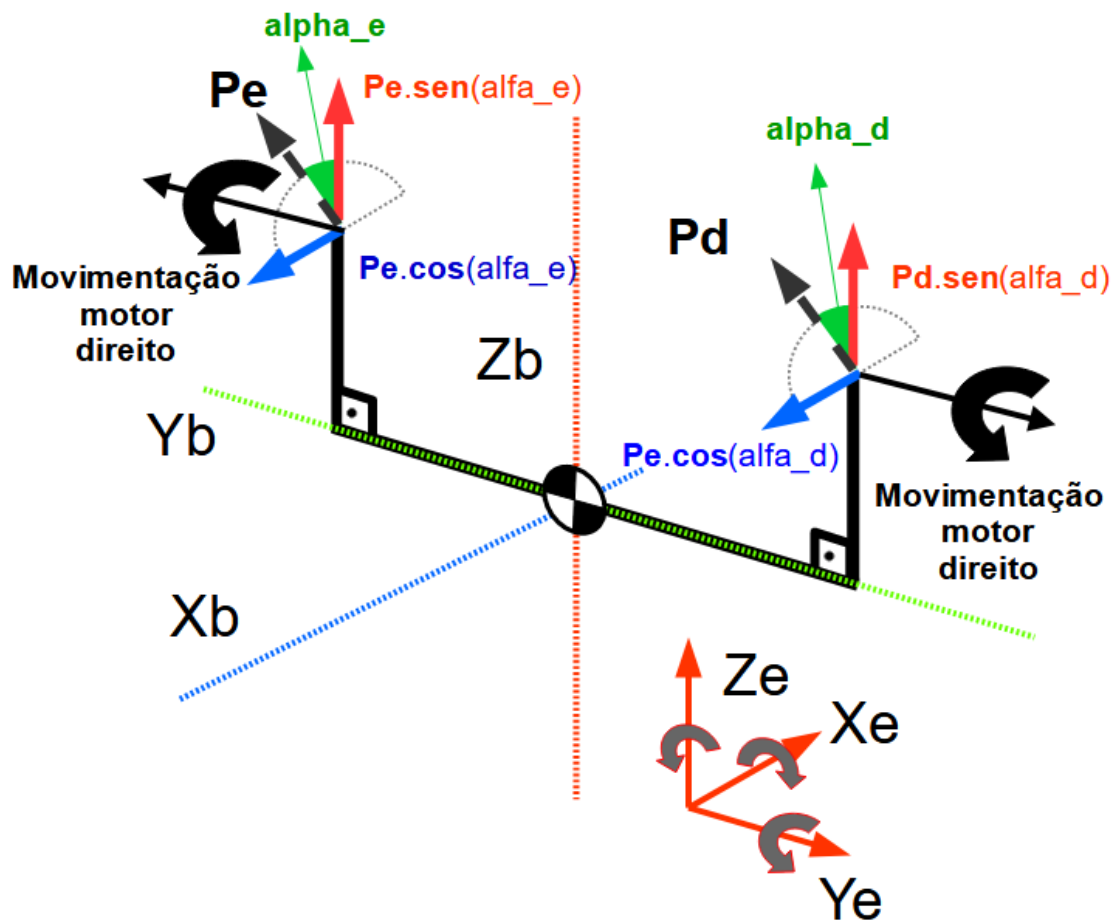


Figura 3.2: Grau de liberdade da movimentação dos motores

- **Momento de Inércia dos motores durante a movimentação pelos servo motores:** Considera-se que o momento de inércia dos motores em relação a plataforma é nula. Os motivo para isso se deve ao maior momento de inércia da plataforma em relação ao dos motores;

- **Centro de gravidade e centro de massa coincidentes:** Considera-se nesse trabalho que o centro de massa e o centro de gravidade são coincidentes. Ele está em um ponto em que existe simetria da plataforma nos eixos x, y e z;
- **Sentidos dos giros dos motores:** Optou-se por colocar o sentido de giro dos motores de propulsão em oposição (um motor girando no sentido horário e o outro girando em sentido anti-horário). Isso permite que muitos dos momentos oriundos do giro dos motores sejam cancelados proporcionando maior estabilidade ao sistema;
- **Controle de altitude por sonar:** O controle de altitude por sua vez é realizado usando somente o sensor sonar. Ele controla apenas a altura em referência a distância do piso onde a plataforma estiver posicionada;
- **Curva de força da hélice:** A curva de tração utilizada leva em conta o caso estático de propulsão, em que o motor está parado gerando uma curva de força do motor dependente somente das rotações e de fatores inerentes a densidade do ar. Nesse trabalho considera-se que a velocidade do ar em direção a plano da hélice é zero, visto que a plataforma fara apenas pequenas movimentações para se equilibrar.

### 3.3 Modelo Dinâmico

Realizou-se o diagrama de corpo livre da plataforma, como se segue nas Figuras 3.3 e 3.4. Utilizou-se o formalismo de Newton-Euler para descrição da dinâmicas de translação e rotação:

Optou-se por não linearizar o modelo visto que deseja-se um grau de fidelidade mais amplo em relação ao comportamento da plataforma. Feita essas considerações, desenvolveu-se as equações de forças e momentos até chegar ao resultado das Equações dispostas de 3.1 até 3.12. O diagrama de corpo livre correspondente ao sistema pode ser observado nas figura 3.3:

As forças  $\mathbf{F}_B$  presentes na plataforma são as forças de empuxo devido ao giro da hélices. A força devido ao peso não recebe interferência da matriz de rotação visto que ela sempre tem sua orientação colinear ao eixo z da referência terrestre. As variáveis  $P_d$  e  $P_e$  denotam respectivamente a força resultante dos motores direito e esquerdo. Usando-se o resultado de [16], temos as forças de empuxo decomposta no eixo x e z da plataforma (Figura 3.3):

$$P_{dz} = k_f \cdot \Omega_d^2 \cdot c \alpha_d \quad (3.1)$$

$$P_{ez} = k_f \cdot \Omega_e^2 \cdot c \alpha_e \quad (3.2)$$

$$P_{dx} = k_f \cdot \Omega_d^2 \cdot s \alpha_d \quad (3.3)$$

$$P_{ex} = k_f \cdot \Omega_e^2 \cdot s \alpha_e \quad (3.4)$$

$$P = m \cdot g \quad (3.5)$$

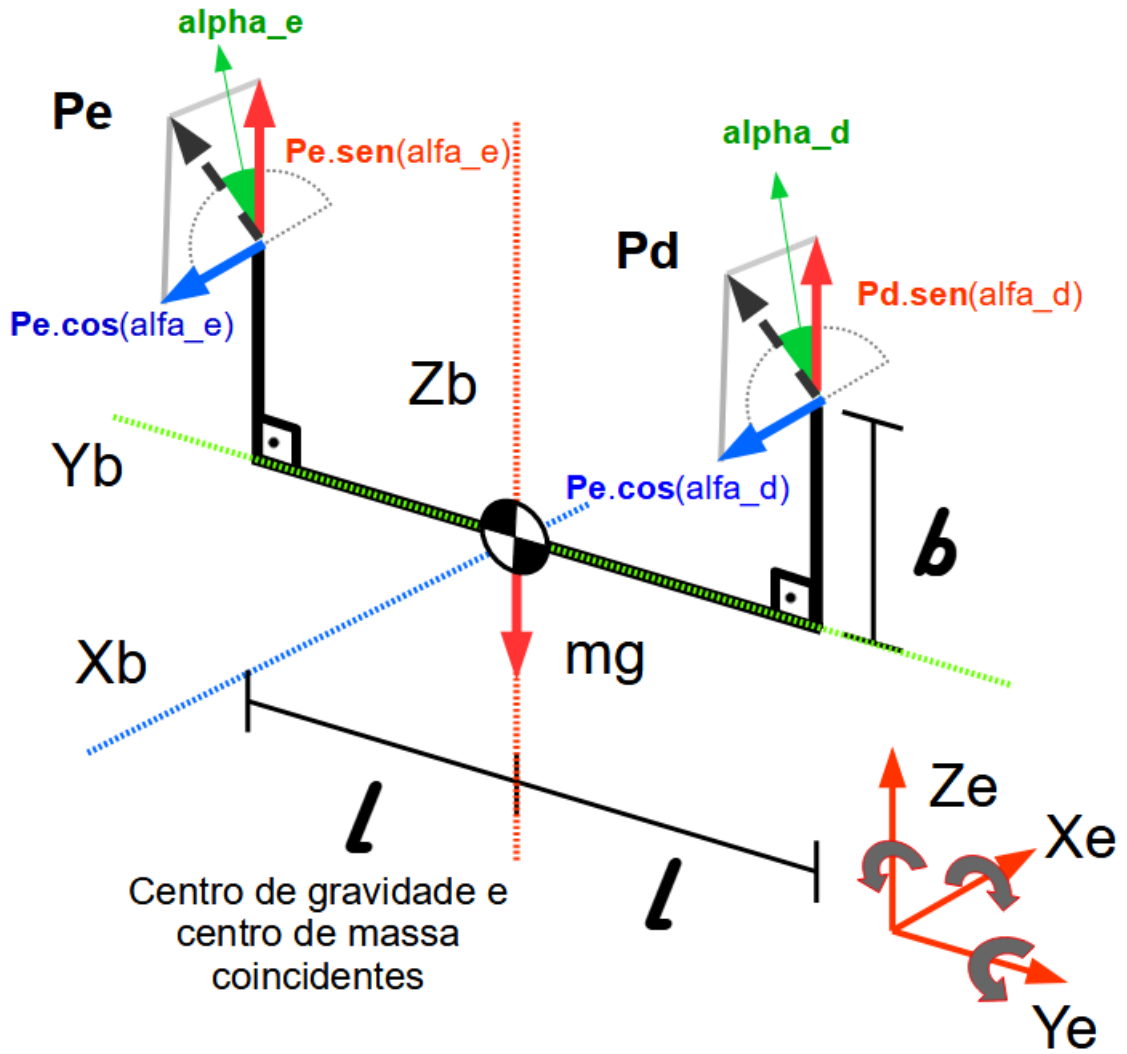


Figura 3.3: Diagrama de corpo livre do tiltrotor (Forças)

$$m \cdot \dot{v}_x^e = (c\theta \cdot c\psi) \cdot (P_{dx} + P_{ex}) + (s\phi \cdot s\psi + c\phi \cdot s\theta \cdot c\psi) \cdot (P_{dz} + P_{ez}) \quad (3.6)$$

$$m \cdot \dot{v}_y^e = (c\theta \cdot s\psi) \cdot (P_{dx} + P_{ex}) + (-s\phi \cdot c\psi + c\phi \cdot s\theta \cdot s\psi) \cdot (P_{dz} + P_{ez}) \quad (3.7)$$

$$m \cdot \dot{v}_z^e = -mg + (-s\theta) \cdot (P_{dx} + P_{ex}) + (c\phi \cdot c\theta) \cdot (P_{dz} + P_{ez}) \quad (3.8)$$

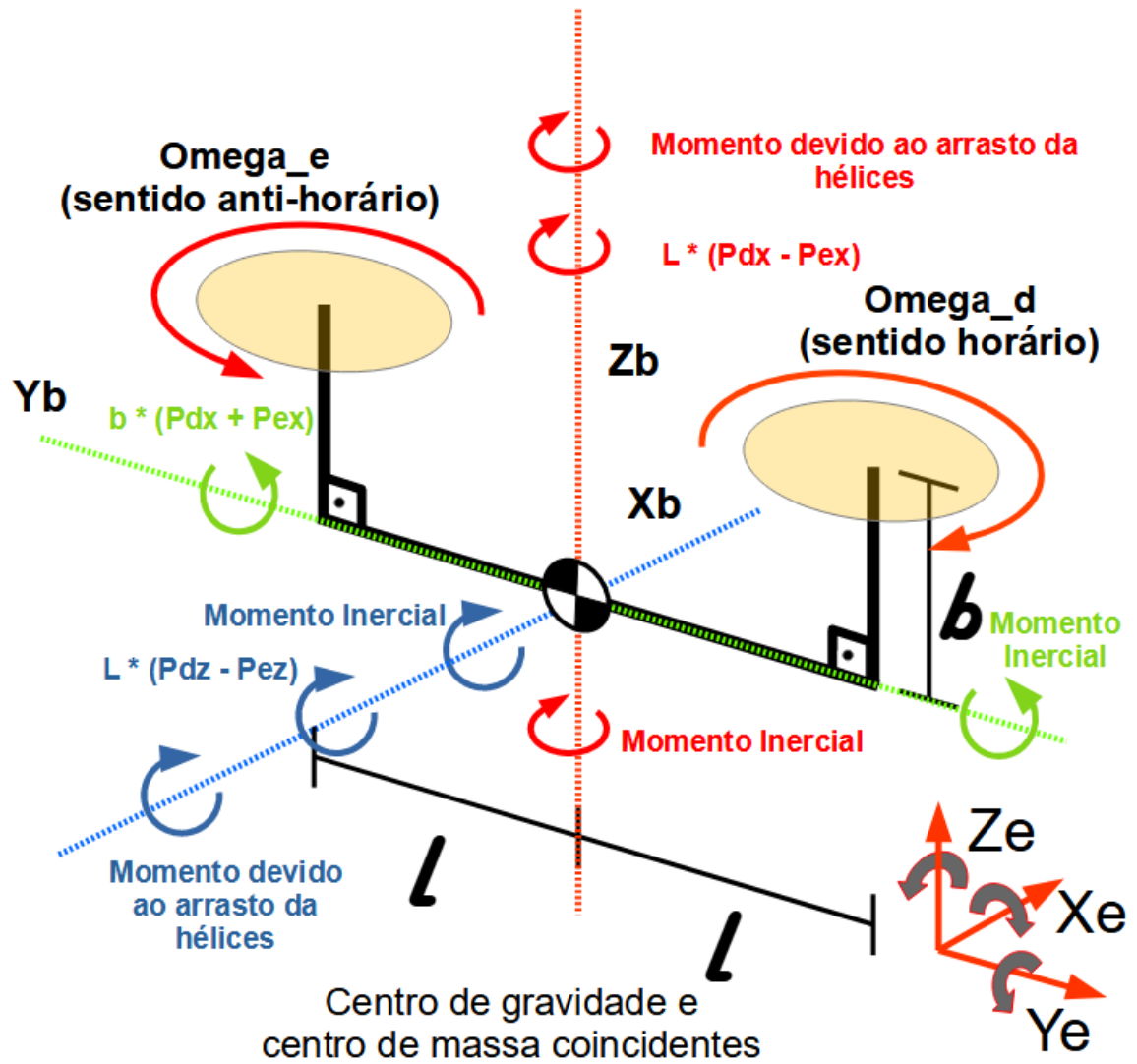


Figura 3.4: Diagrama de corpo livre do tiltrotor (Momentos)

Os momentos  $\tau_B$  inerentes as forças da plataforma são:

- Momento devido a força do giro das Hélices;
- Momento devido ao arrasto das hélices;
- Momento devido a Inércia da plataforma;

O índice "d" refere-se a elementos a direita da plataforma e o índice "e" a elementos a esquerda na plataforma. O símbolo  $\alpha$  denota o ângulo que o servo posiciona o propulsor. O símbolo  $\Omega$  denota a velocidade angular do giro do motor e  $K_f$  é a constante referente atração da hélice e  $K_q$  é a constante referente ao momento de arrasto devido a hélice. As equações de momentos estão contidas em 3.9, 3.10 e 3.11:

$$I_{xx}\dot{w}_x^b = w_y^b \cdot w_z^b \cdot (I_{yy} - I_{zz}) + l \cdot (P_{dz} - P_{ez}) + K_q \cdot (-\Omega_d^2 s \alpha_d + \Omega_e^2 s \alpha_e) \quad (3.9)$$

$$I_{yy}\dot{w}_y^b = w_z^b \cdot w_x^b \cdot (I_{zz} - I_{xx}) + b \cdot (P_{dx} + P_{ex}) \quad (3.10)$$

$$I_{zz}\dot{w}_z^b = w_x^b \cdot w_y^b \cdot (I_{xx} - I_{yy}) + l \cdot (P_{dx} - P_{ex}) + K_q \cdot (-\Omega_d^2 c \alpha_d + \Omega_e^2 c \alpha_e) \quad (3.11)$$

### 3.4 Identificação do sistema

Depois de modelado o sistema, realiza-se a etapa de obtenção dos parâmetros físicos da plataforma. Os valores obtidos nesse trabalho foram gerados através de simulações, ensaios ou medições.

O conjunto de propulsão utilizado na plataforma tiltrotor possui a seguinte configuração:

- Amperagem do ESC's: 30A;
- Hélice utilizada: 10x45";
- Motor: Turnigy D2830-1000KV;
- Bateria: LIPO 3s 2200 25C;

Inicia-se com a estimativa de  $K_f$  (Equação 2.17) através de um ensaio estático da hélice realizando os seguintes passos:

1. Instalou-se o motor sobre uma balança, observando uma distância razoável para que o fluxo de saída da hélice não gerasse turbulência na região de entrada ;
2. Determinou-se um conjunto de comandos PWM para obter-se as respectivas rotações correspondentes através de um tacógrafo. Procurou-se fazer a média de três medidas;
3. Para cada tentativa, registrou-se o valor registrado pela balança;
4. Plotou-se o gráfico da Tração em N versus a rotação em rad/s (Obedecendo assim, o Sistema internacional de medidas);

Na Figura 3.5 pode-se ver a configuração final do mecanismo utilizado para o ensaio estático.

Os dados colhidos nesse ensaio estão nas Tabelas 3.1 e 3.2:

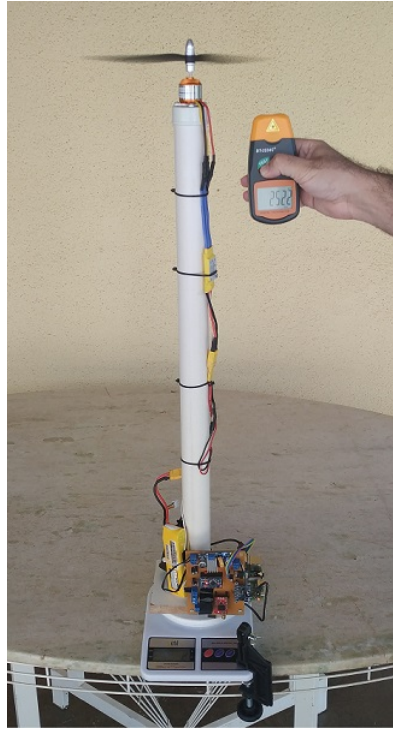


Figura 3.5: Forças referentes ao empuxo da Hélice

Tabela 3.1: Tabela de RPM do ensaio estático de uma hélice

| PWM  | RPM - 1 | (RPM)- 2 | (RPM) - 3 | RPM - Média | Conversão em (rad/s) |
|------|---------|----------|-----------|-------------|----------------------|
| 1350 | 1662    | 1640     | 1640      | 1647,333333 | 172,5083434          |
| 1400 | 2470    | 2460     | 2470      | 2466,666667 | 258,3087294          |
| 1450 | 3050    | 3080     | 3020      | 3050        | 319,3952533          |
| 1500 | 3530    | 3500     | 3450      | 3493,333333 | 365,8210114          |
| 1550 | 3880    | 3900     | 3880      | 3886,666667 | 407,0107818          |
| 1600 | 4460    | 4440     | 4436      | 4445,333333 | 465,5142184          |
| 1650 | 4670    | 4640     | 4640      | 4650        | 486,9468616          |
| 1700 | 4790    | 4770     | 4780      | 4780        | 500,5604298          |
| 1750 | 5250    | 5180     | 5170      | 5200        | 544,5427269          |
| 1800 | 5500    | 5421     | 5430      | 5450,333333 | 570,7575723          |
| 1850 | 6030    | 6000     | 5920      | 5983,333333 | 626,5732018          |
| 1900 | 6190    | 6140     | 6070      | 6133,333333 | 642,2811651          |
| 1950 | 6250    | 6210     | 6190      | 6216,666667 | 651,0078114          |
| 2000 | 6770    | 6500     | 6570      | 6613,333333 | 692,5466476          |



Tabela 3.2: Tabela da força de tração de uma hélice através do ensaio estático

| Velocidade de Rotação<br>(rad/s) | Tração - 1<br>(kgf) | Tração - 2<br>(kgf) | Tração - 3<br>(kgf) | Tração Média<br>(kgf) | Tração<br>(N) |
|----------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-----------------------|---------------|
| 172,5083434                      | 0,034               | 0,036               | 0,03                | 0,0333333333          | 0,3268883333  |
| 258,3087294                      | 0,077               | 0,077               | 0,071               | 0,075                 | 0,73549875    |
| 319,3952533                      | 0,12                | 0,1                 | 0,115               | 0,1116666667          | 1,095075917   |
| 365,8210114                      | 0,16                | 0,16                | 0,16                | 0,16                  | 1,569064      |
| 407,0107818                      | 0,201               | 0,2                 | 0,2                 | 0,2003333333          | 1,964598883   |
| 465,5142184                      | 0,264               | 0,265               | 0,258               | 0,2623333333          | 2,572611183   |
| 486,9468616                      | 0,295               | 0,28                | 0,29                | 0,2883333333          | 2,827584083   |
| 500,5604298                      | 0,32                | 0,31                | 0,31                | 0,3133333333          | 3,072750333   |
| 544,5427269                      | 0,38                | 0,38                | 0,37                | 0,3766666667          | 3,693838167   |
| 570,7575723                      | 0,44                | 0,415               | 0,415               | 0,4233333333          | 4,151481833   |
| 626,5732018                      | 0,56                | 0,52                | 0,51                | 0,53                  | 5,1975245     |
| 642,2811651                      | 0,56                | 0,54                | 0,56                | 0,5533333333          | 5,426346333   |
| 651,0078114                      | 0,57                | 0,58                | 0,58                | 0,5766666667          | 5,655168167   |
| 692,5466476                      | 0,72                | 0,69                | 0,67                | 0,6933333333          | 6,799277333   |

Partindo das tabela 3.1 e 3.2, plotou-se o gráfico da Figura 3.6, fazendo em seguida um regressão dos dados para um polinômio de segundo grau.

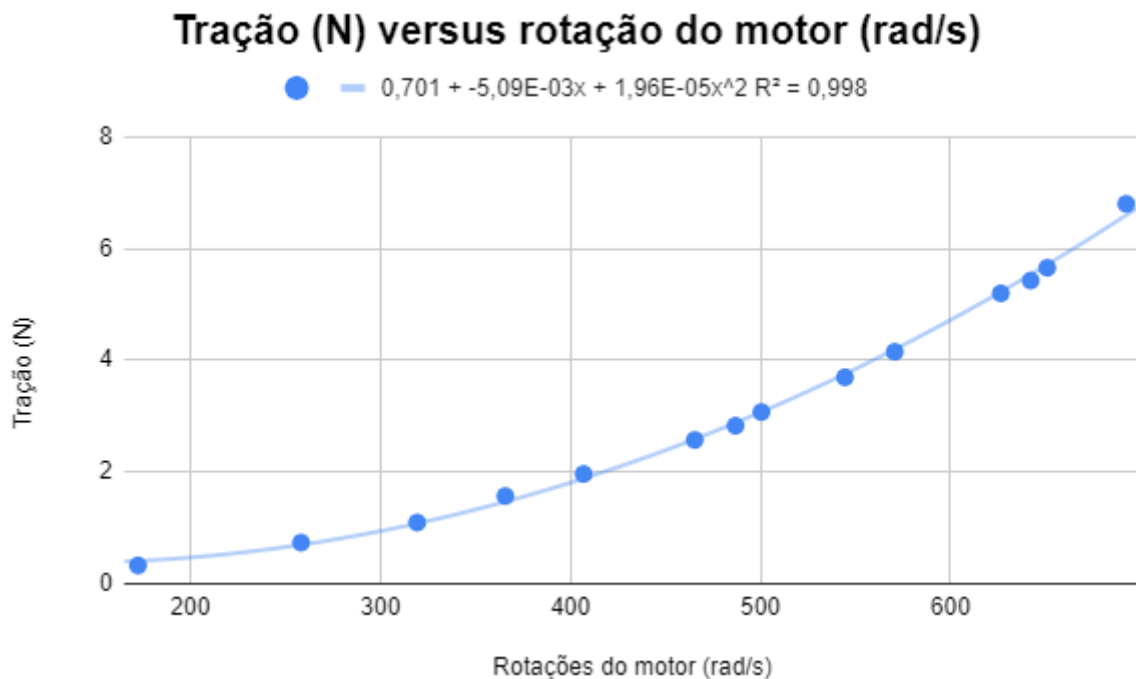


Figura 3.6: Gráfico da tração da hélice

De acordo com o modelo matemática utilizado nesse trabalho para a tração de uma hélice, temos que  $K_f = 0.0000196$ .

O modelo dinâmico desenvolvido nesse trabalho utiliza a unidade de mediana rad e rad/s para trabalhar com ângulos e rotações. Dessa maneira, a saída do nosso controlador para essas variáveis

serão nessas unidades. Necessita-se então de uma relação que nos permita gerar um sinal PWM que corresponda a uma determinada rotação que desejamos que os motores da plataforma atuem. Dessa maneira, obteve-se através de um tacômetro um conjunto de leituras dos RPM's para determinados PWM, escolhidos em uma faixa de rotações próximo do ponto em que a força peso e a média das forças de tração da hélice ocasiona que a plataforma fique com velocidade nula em  $Z_e$ . Os dados do ensaio então ficaram de acordo com a Tabela 3.3:

Tabela 3.3: Obtenção da relação PWM x RPM

| Velocidade de Rotação (RPM) | Velocidade de Rotação (rad/s) | PWM  |
|-----------------------------|-------------------------------|------|
| 4500                        | 471,2388983                   | 1560 |
| 5000                        | 523,5987759                   | 1640 |
| 5500                        | 575,9586535                   | 1745 |
| 6000                        | 628,3185311                   | 1810 |
| 6500                        | 680,6784087                   | 1870 |

Realizando uma plotagem dos dados obtidos encontramos um conjunto de dados com linha de tendência para valores de uma regressão linear para um polinômio de primeiro grau (figura 3.7):

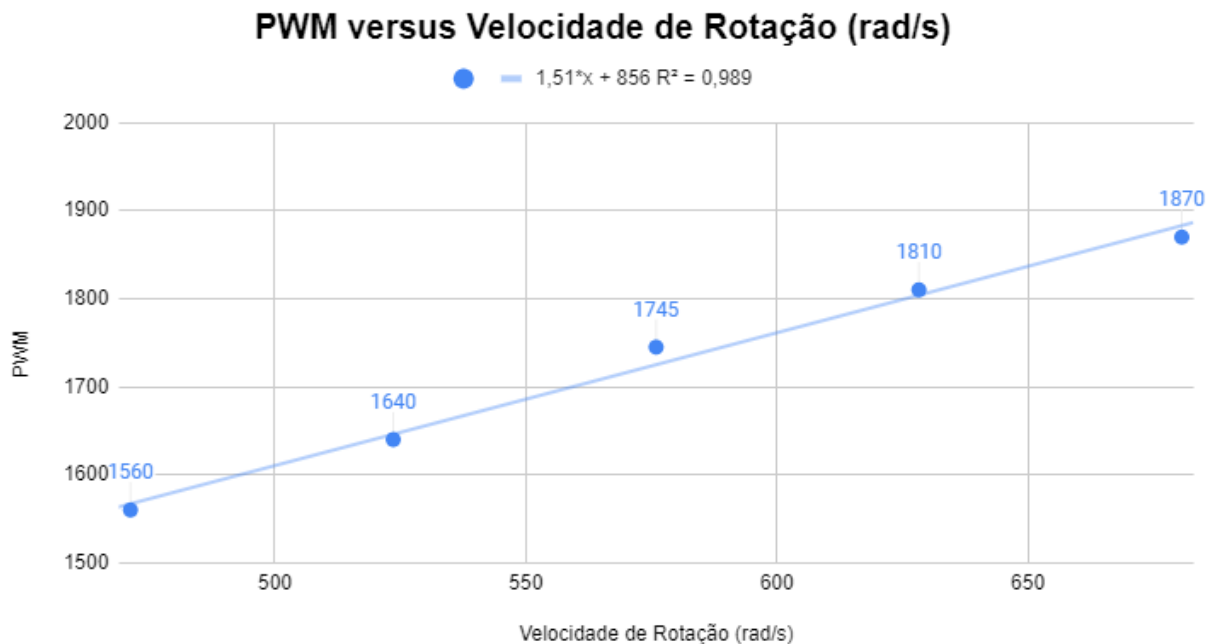


Figura 3.7: PWM x rad/s

A equação que relaciona o PWM com as RPM's do conjunto motopropulsor desse trabalho se dá por:

$$y = 1.51x + 856 \quad (3.12)$$

Para a estimativa dos momentos de Inércia da Plataforma, utilizou-se o software Solid Works para obtenção dos dados (figura 3.8):

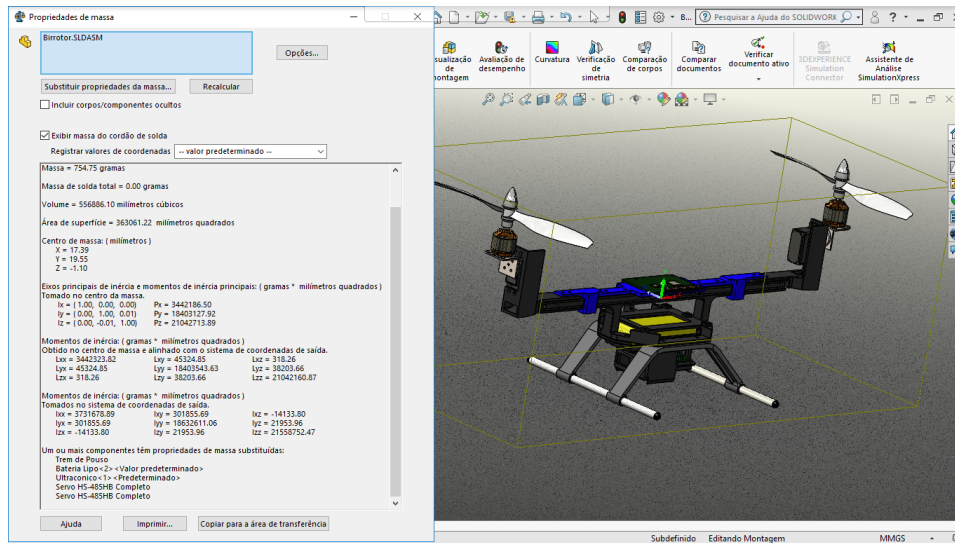


Figura 3.8: Inércias da Plataforma fornecidas pelo Solid Works

Por fim os valores de massa e medida dos braços de momento foram feitos utilizando os métodos tradicionais (pesagem e medida, comparativo métrico ou rotina de software). Os valores estão resumidos na Tabela 3.4:

Tabela 3.4: Estimativa de parâmetros da plataforma

| Parâmetro                       | Valor       | Forma de medição |
|---------------------------------|-------------|------------------|
| Massa (Kg)                      | 1.112       | Medido           |
| $I_{xx}$ ( $g \cdot mm^2$ )     | 3731678.89  | Software         |
| $I_{yy}$ ( $g \cdot mm^2$ )     | 18632611.06 | Software         |
| $I_{zz}$ ( $g \cdot mm^2$ )     | 21558752.47 | Software         |
| L (m)                           | 0.266       | Medido           |
| b (m)                           | 0.06        | Medido           |
| $k_f$ (constante de empuxo) (N) | 0.0000196   | Obtido em ensaio |
| Frequência do controle (Hz)     | 100         | Medido           |

### 3.5 Implementação da planta em Simulink

Realizou-se a implementação da planta em simulink (Figura 3.9) a fim de verificar seu comportamento dinâmico de maneira preliminar e para validação do modelo desenvolvido. Posteriormente esse modelo será utilizado para o projeto do sistema de controle da plataforma.

Foi utilizado o Software Simulink em conjunto com o Matlab para criação de blocos de funções,

que fornecem um ambiente de simulação numérica com vários recursos para análise dos resultados obtidos.

Para a descrição da planta utilizou-se a equação de relação de forças no eixo z da plataforma em conjunto com as equações de momento, utilizando-se também as relações de Euler para uma obtenção completa das variáveis de estados do sistema. Os códigos dos blocos fcn (blocos que recebe funções matemáticas no Simulink) estão presente no Anexo 1 - Códigos da Simulação.

Uma breve descrição dos blocos de simulação vem a seguir:

1. **Bloco FZ:** Bloco referente a equação 3.13, que descreve a relação de forças no eixo Z da plataforma;
2. **Bloco MX, MY, MZ:** Bloco referente as Equações 3.14, 3.15 e 3.16 que descrevem a relação de momentos em cada um dos eixos cartesianos a referencial fixo na plataforma. O bloco omega\_r não é utilizado nesse trabalho, mas foi implementado para acrescentar ao sistema uma modelagem do torque induzido dos motores;
3. **Bloco EULER:** Bloco com as equações de atitude de EULER;

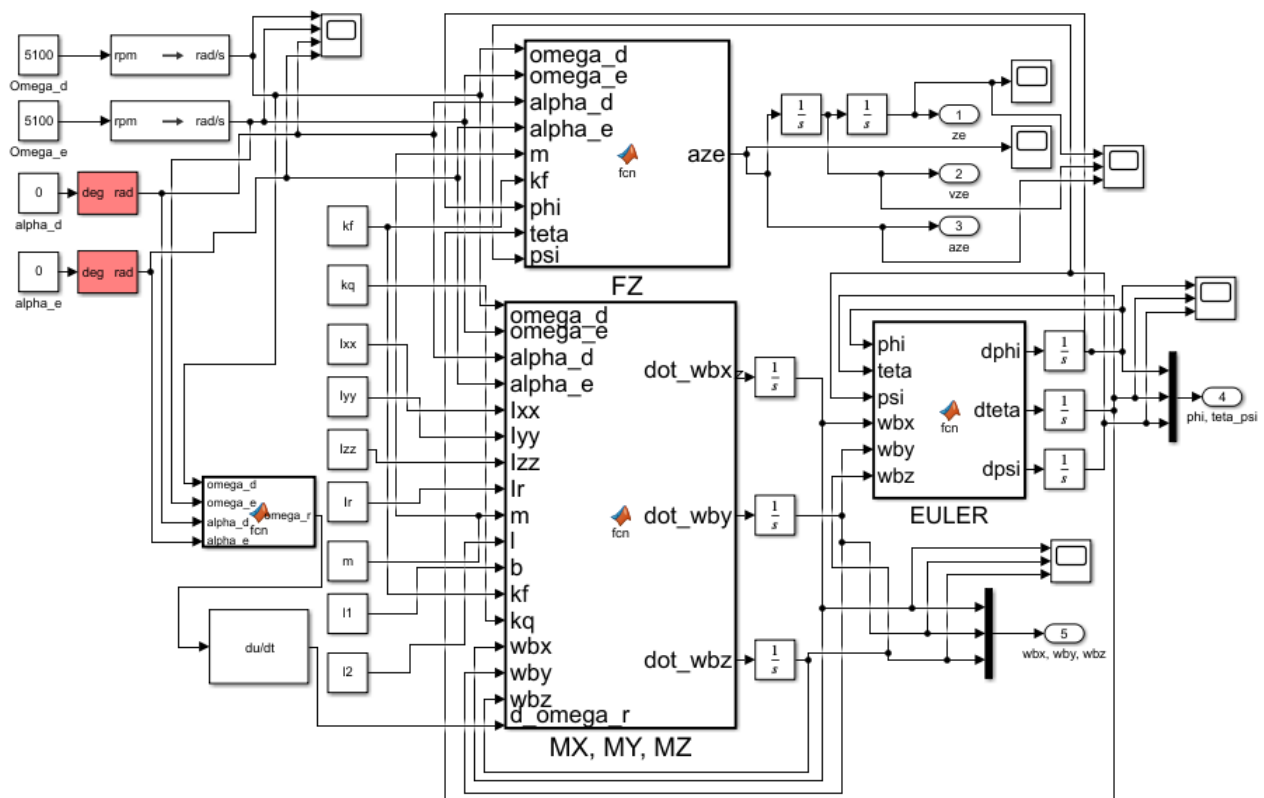


Figura 3.9: Diagrama da planta do Tiltrotor feita em Simulink

Após a implementação em Simulink, estabeleceu-se um conjunto de cenários a fim de avaliar o comportamento do modelo. A simulação utiliza o algoritmo numérico ODE45 com passo fixado em 0.0001 segundo. As constantes utilizadas foram obtidas através da identificação do sistema.

### 3.5.1 Teste de vôo em malha aberta analisando altitude

Nesta simulação define-se um valor de RPM que gere incremento de altitude da plataforma. O resultado esperado é de deslocamento, velocidade e aceleração positivas. Escolhemos os seguintes valores para o teste:

- **RPM dos motores: 5100 Rpm;**
- **Ângulos de posicionamento dos servos: 0 graus;**

Observa-se que a plataforma tem um comportamento semelhante a um polinômio de segundo grau para deslocamento, de uma função linear de primeiro grau para velocidade e constante para aceleração. Os resultados para altitude foram considerados satisfatórios (Figura 3.10).

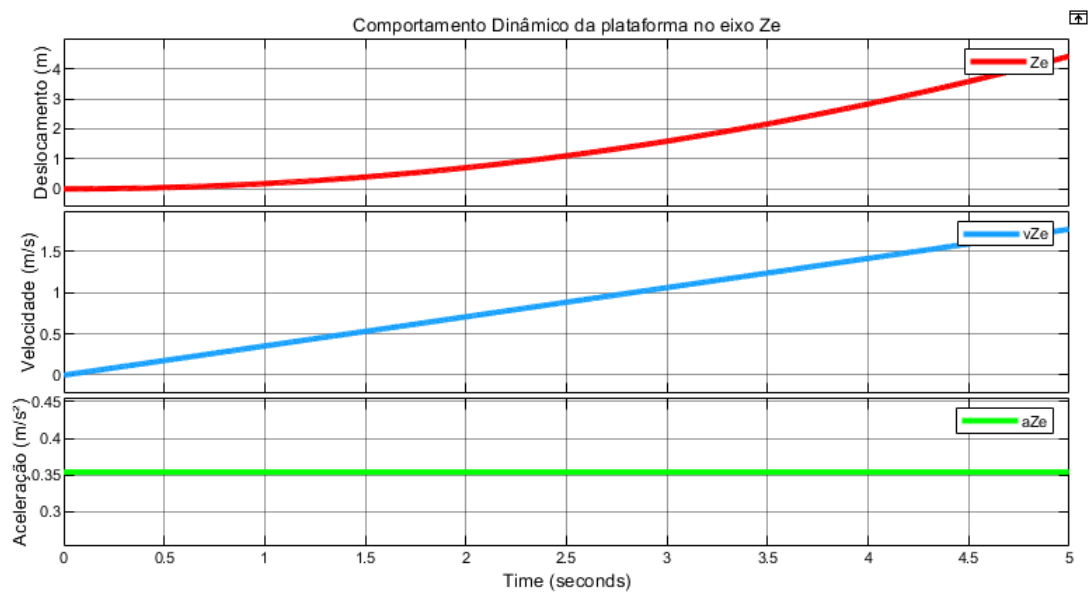


Figura 3.10: Comportamento da plataforma no eixo Ze

### 3.5.2 Teste para a manobra de roll

Para esse teste, queremos realizar a manobra comumente chamada de rolagem. Ela consiste em reduzir a potência de um motor e aumentar a potencia do outro, de maneira a gerar um diferença na propulsão. Essa diferença deve ser mínima a fim de manter a plataforma suspensa no ar.

- **RPM dos motores: 5100.09 e 5100.1 Rpm;**
- **Ângulos de posicionamento dos servos: 0 graus;**

Observa-se que a plataforma tem um comportamento semelhante a um polinômio de primeiro grau para velocidade angular  $w_b x$ , e de um polinômio de segundo grau para  $\phi$  (Figuras 3.11 e 3.12).

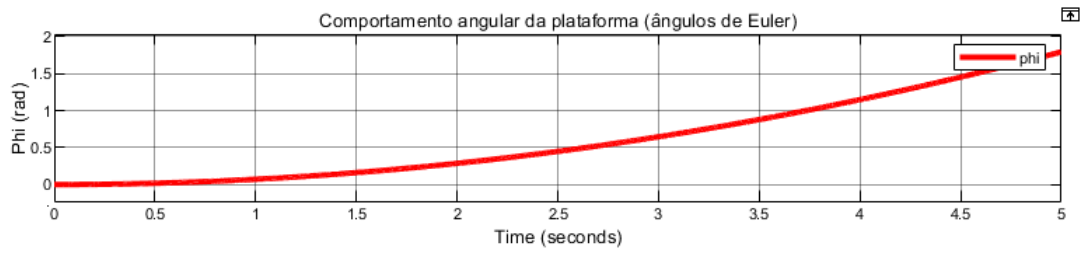


Figura 3.11: Comportamento da plataforma para rolagem (Ângulos de Euler)

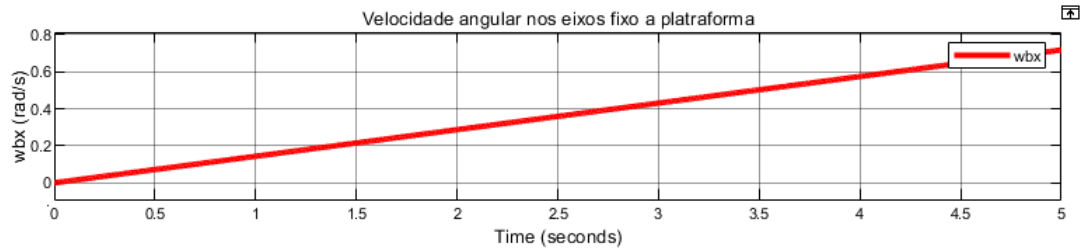


Figura 3.12: Comportamento da plataforma para rolagem (Velocidade angulares no eixo fixo no corpo)

### 3.5.3 Teste para a manobra de arfagem

Para o teste de arfagem, procura-se inclinar a plataforma no eixo  $y$  e fixo da plataforma a fim que ela movimente na direção de  $X_e$ . Dessa maneira, mantém-se a potência dos motores inclinados os dois servos no mesmo sentido em dois graus.

- **RPM dos motores: 5100 Rpm;**
- **Ângulos de posicionamento dos servos: 2 graus;**

Observa-se que a plataforma tem um comportamento semelhante a um polinômio de primeiro grau para velocidade angular  $w_{by}$ , e de segundo grau para  $\theta$  (Figuras 3.13 e 3.16).

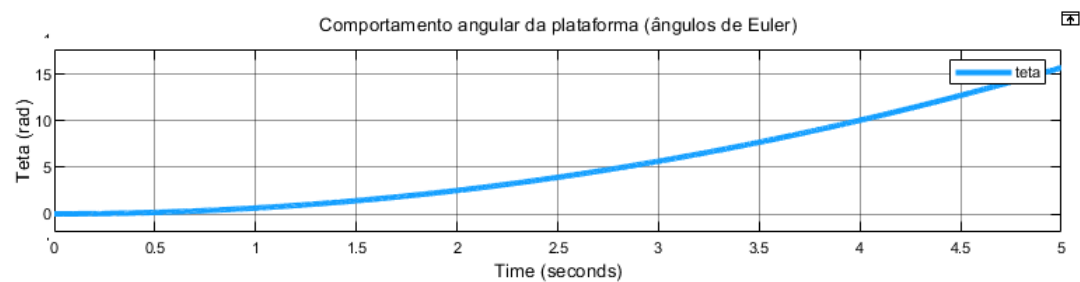


Figura 3.13: Comportamento da plataforma para arfagem (Ângulos de Euler)

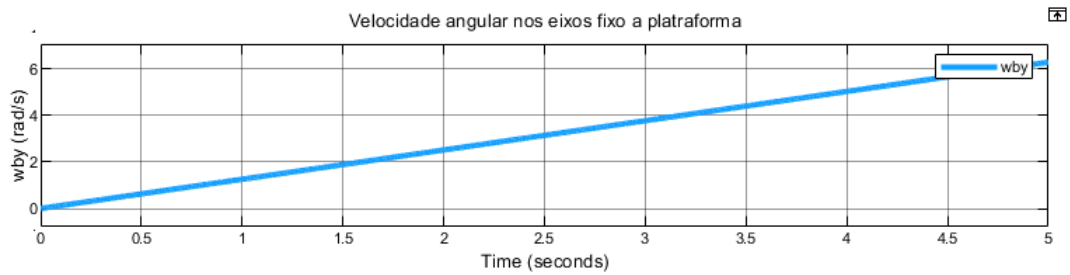


Figura 3.14: Comportamento da plataforma para arfagem (Velocidade angulares no eixo fixo no corpo)

### 3.5.4 Teste para a manobra de guinada:

Para a manobra de guinada, matemos os RPM's em 5100 e mudamos a posição dos servos em 1 e -1 grau. Com isso, espera-se que a plataforma gire em torno do eixo  $\psi$

- RPM dos motores: 5100 Rpm;
- Ângulos de posicionamento dos servos: 1 grau para um dos servos e -1 grau para o servo oposto;

Observa-se que a plataforma tem um comportamento de um polinômio de primeiro grau para velocidade angular  $w_{bz}$ , e de uma função polinomial de segundo grau para  $\psi$  (Figuras 3.13 e 3.16).

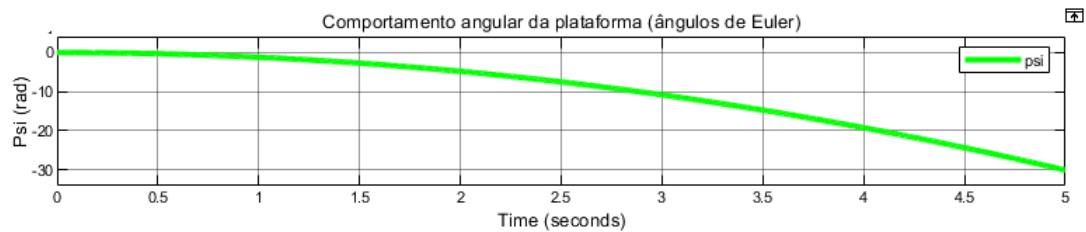


Figura 3.15: Comportamento da plataforma para guinada (Ângulos de Euler)

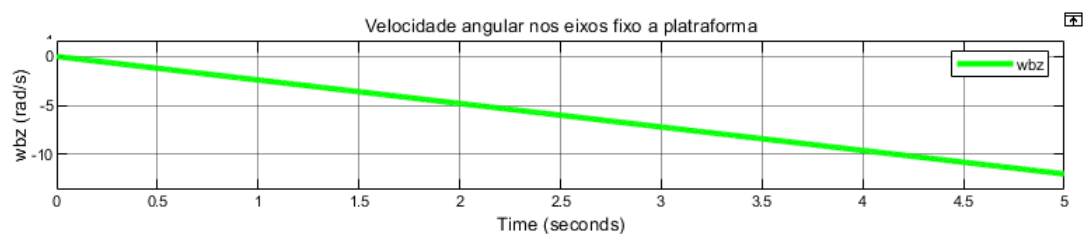


Figura 3.16: Comportamento da plataforma para guinada (Velocidade angulares no eixo fixo no corpo)

### 3.6 Projeto de controle

Propõe nessa etapa um modelo de controlador. Ele é um resultado do trabalho [8]. A plataforma é sub-atuada, possuindo 12 graus de liberdade para 4 variáveis de entrada ( $\Omega_d, \Omega_e, \alpha_d, \alpha_e$ ), e 4 variáveis para controle  $\phi, \theta, \psi$  (ângulos de Euler) e  $z_e$  (altitude). Propõem-se um sistema de controle em malha fechada contendo equações de estimativa de atitude, a inversa da planta e controladores PID. As variáveis de entrada da nossa planta serão definidas como  $\Omega_d, \Omega_e, \alpha_d, \alpha_e$ , sendo respectivamente as rotações dos motores direito e esquerdo e os ângulos gerados pelos servos direito e esquerdo. O controle em malha fechada fica definido com o seguinte desenho (Figura 3.17).

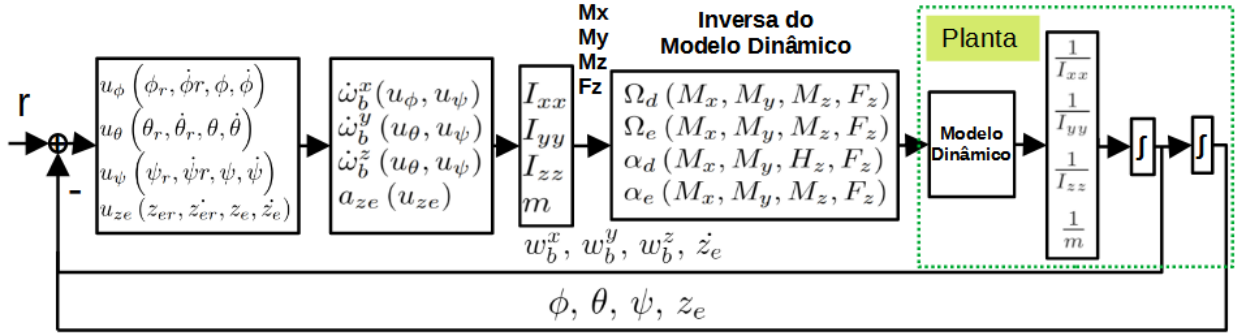


Figura 3.17: Esboço do controle

#### 3.6.1 Obtenção da Inversa do modelo dinâmico

Nessa etapa utiliza-se um resultado presente no trabalho [7]. Considera-se apenas as forças de tração da hélice como atuantes na plataforma, descartando-se todas as outras. As equações que descrevem a dinâmica da plataforma tiltrotor ficam então na forma das equações 3.14, 3.15, 3.16 e 3.17 que descrevem apenas as forças geradas pela plataforma, excluindo-se também as forças externas:

$$M_x = l \cdot (P_{dz} - P_{ez}) \quad (3.13)$$

$$M_y = b \cdot (P_{dx} + P_{ex}) \quad (3.14)$$

$$M_z = l \cdot (P_{dx} - P_{ex}) \quad (3.15)$$

$$F_z = (P_{dz} + P_{ez}) \quad (3.16)$$

Verifica-se então 3 equações de Momentos e 1 equação relacionada a força em z da plataforma.

Procura-se então converter essas equações na variáveis de entrada da planta. Nesse trabalho as entradas das plantas são as rotações dos motores e os ângulos dos servos. Os momentos são por sua vez o resultado do conjunto de forças geradas por essas quatro entradas.



Analisando-se as Equações 3.15 e 3.16 tem-se que:

$$\begin{aligned}
\frac{M_y}{b} &= P_{dx} + P_{ex} \\
\frac{M_z}{l} &= P_{dx} - P_{ex} \\
\frac{M_y}{b} + \frac{M_z}{l} &= 2 \cdot P_{dx} \\
P_{dx} &= 0.5 \cdot \left( \frac{M_y}{b} + \frac{M_z}{l} \right)
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Logo temos que:

$$\begin{aligned}
\frac{M_y}{b} &= 0.5 \cdot \left( \frac{M_y}{b} + \frac{M_z}{l} \right) + P_{ex} \\
P_{ex} &= 0.5 \cdot \left( \frac{M_y}{b} - \frac{M_z}{l} \right)
\end{aligned} \tag{3.18}$$

Analisando-se Equações 3.14 e 3.17 temos que:

$$\begin{aligned}
F_z &= P_{dz} + P_{ez} \\
\frac{M_x}{l} &= P_{dz} - P_{ez} \\
\frac{M_x}{l} + F_z &= 2 \cdot P_{dz} \\
P_{dz} &= 0.5 \cdot \left( \frac{M_x}{l} + F_z \right)
\end{aligned} \tag{3.19}$$

Logo temos que:

$$\begin{aligned}
F_z &= P_{dz} + P_{ez} \\
F_z &= 0.5 \cdot \left( \frac{M_x}{l} + F_z \right) + P_{ez} \\
P_{ez} &= 0.5 \cdot F_z - 0.5 \cdot \frac{M_x}{l} \\
P_{ez} &= 0.5 \cdot \left( F_z - \frac{M_x}{l} \right)
\end{aligned} \tag{3.20}$$

Como se trata de vetores ortogonais, o modulo dos vetores  $P_e$  e  $P_e$  podem ser calculando usando a Equação :

$$|v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \tag{3.21}$$

Obtendo-se:

$$P_d = 0.5 \cdot \sqrt{\left( \frac{M_z}{l} + \frac{M_y}{b} \right)^2 + \left( F_z - \frac{M_x}{l} \right)^2} \tag{3.22}$$

$$P_e = 0.5 \cdot \sqrt{\left( \frac{M_y}{b} - \frac{M_z}{l} \right)^2 + \left( F_z + \frac{M_x}{l} \right)^2} \tag{3.23}$$

Através da Equação 2.17 temos que:

$$P_d = k_f \cdot \Omega_d^2 \quad (3.24)$$

$$P_e = k_f \cdot \Omega_e^2 \quad (3.25)$$

Obtendo-se então:

$$\Omega_d = \sqrt{0.5/k_f \cdot \sqrt{\left(\frac{M_z}{L} + \frac{M_y}{b}\right)^2 + \left(F_z - \frac{M_x}{L}\right)^2}}$$

$$\Omega_e = \sqrt{0.5/k_f \cdot \sqrt{\left(\frac{M_y}{b} - \frac{M_z}{L}\right)^2 + \left(F_z + \frac{M_x}{L}\right)^2}}$$

Para obtenção dos ângulos de entrada, utilizou-se a função atan2 que nos retorna a arco tange das componentes das forças mapeadas em cada quadrante. Segue-se a descrição da função:

$$\text{atan } 2(y, x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & \text{if } x > 0 \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \pi & \text{if } x < 0 \text{ and } y \geq 0 \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \pi & \text{if } x < 0 \text{ and } y < 0 \\ +\frac{\pi}{2} & \text{if } x = 0 \text{ and } y > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{if } x = 0 \text{ and } y < 0 \\ \text{undefined} & \text{if } x = 0 \text{ and } y = 0 \end{cases} \quad (3.26)$$

Por fim, a inversa da planta tem a seguinte formação:

$$\Omega_d = \sqrt{0.5/k_f \cdot \sqrt{\left(\frac{M_z}{l} + \frac{M_y}{b}\right)^2 + \left(F_z - \frac{M_x}{l}\right)^2}} \quad (3.27)$$

$$\Omega_e = \sqrt{0.5/k_f \cdot \sqrt{\left(\frac{M_y}{b} - \frac{M_z}{l}\right)^2 + \left(F_z + \frac{M_x}{l}\right)^2}} \quad (3.28)$$

$$\alpha_d = \text{atan } 2\left(\frac{M_z}{l} + \frac{M_y}{b}, F_z - \frac{M_x}{l}\right) \quad (3.29)$$

$$\alpha_e = \text{atan } 2\left(\frac{M_y}{b} - \frac{M_z}{l}, F_z + \frac{M_x}{l}\right) \quad (3.30)$$

### 3.6.2 Função de ganho para conversão de acelerações em Força e Momentos

A função de ganho consiste em transformar as acelerações angulares e a aceleração linear em Ze em momentos e força. Seu objetivo dentro do fluxo de controle é fornecer para a inversa da planta o estado atual dos momentos e aceleração no sistema a fim de estimar as entradas posteriormente.

Essa parte do controle receberá as acelerações angulares dos eixos  $X_b$ ,  $Y_b$  e  $Z_b$  e a aceleração em  $Z_b$  da plataforma. Os valores de ganho são a massa da plataforma e os momentos de inércia nos três eixos fixos ao corpo.

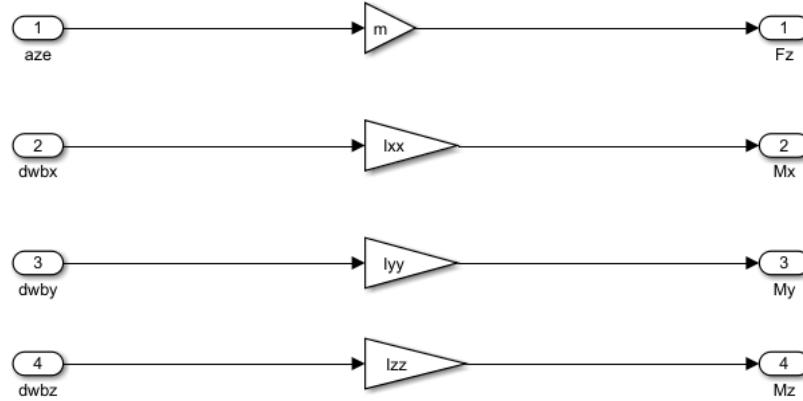


Figura 3.18: Função de ganho (Conversão de acelerações para Momentos e Força)

### 3.6.3 Projeto de controladores Potenciais Derivativos para atitude e altitude

Escolheu-se entre os controladores tradicionais o PID. Para controle de atitude, obtemos como referencia os ângulos e Euler, que podem ser obtido através da fusão dos sensores giroscópio, acelerômetro e magnetômetro.

Para o controle de altitude, utiliza-se o sonar de onde retiramos a posição em relação ao solo e calculamos a velocidade com base na amostragem do controlador. O controlador de altitude possui uma constante  $F_{planeio}$ , que tem por objetivo de ajustar o controlador para manter a plataforma pairando sobre o ar quando atingir a referências desejada. Dos diversos modos de escrever as equações de um controlador PID escolheu-se as seguintes formas:

$$u_\phi = k_{p\phi} (\phi_r - \phi) + k_{i\phi} \sum (\phi_r - \phi) + k_{d\phi} (\dot{\phi}_r - \dot{\phi}) \quad (3.31)$$

$$u_\theta = k_{p\theta} (\theta_r - \theta) + k_{d\theta} (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}) \quad (3.32)$$

$$u_\psi = k_{p\psi} (\psi_r - \psi) + k_{d\psi} (\dot{\psi}_r - \dot{\psi}) \quad (3.33)$$

$$u_{ze} = k_{pze} (ze_r - ze) + k_{dze} (\dot{ze}_r - \dot{ze}) + K_{planeio} \quad (3.34)$$

O ajuste dos ganhos dos controladores será feito na etapa de resultados deste trabalho.

### 3.6.4 Implementação do controle em Simulink

Implementou-se o sistema em diagrama de blocos no Simulink (Figura 3.19) para avaliação do sistema de controle. Optou-se por essa perspectiva para que o leitor tivesse uma visão do fluxo

de controle. Os códigos do blocos fcn (blocos que recebe funções matemáticas no Simulink) estão presente no Anexo 1 - Códigos da Simulação.

Os sinais utilizados nas próximas etapas estão em destaque na Figura 3.20. Utilizou-se blocos geradores de sinais de maneira a testar o comportamento do controlador para diversos tipos de situações, entre eles:

- Ruído branco;
- Perturbações externas;
- Composição de sinais;
- Sinais com características específicas para simular casos próximos da realidade;

Descreve-se onde foi usado e para qual propósito os itens em destaque na Figura 3.20:

- 1. Gerador de onda foi usado para fornecer um sinal periódico de referência para o controlador e tem como objetivo a variação abrupta intercalada do sistema, verificando assim se ela se mantém estável;
- 2. O bloco "time input (mask)" foi usado como um sinal de referência que pudesse ser contruído a fim de testar o sistema para algum comportamento específico;
- 3. O bloco "Uniform Random Number" gera um sinal randômico com distribuição uniforme e foi usado para compor o sinal de controle do sistema adicionando uma situação similar a um ruído de sensor;
- 4. É o mesmo bloco do item 1, porém aplicado a gerar uma perturbação periódica no sistema;
- 5. O bloco "Max Slider" permite dar ganhos a valores de entrada e ele está entre os blocos de sinais e a entrada do sistema a fim de se poder regular a amplitude dos sinais;
- 6. Bloco de conversão de graus para rad. Ele fica entre os bloco de sinais e a entrada do sistema para os ângulos de atitude, visto que para o usuário é mais facilitada a visualização dos parâmetros sendo fornecidos em graus;
- 7. O bloco integrador é utilizado para integrar o sinal e é utilizado para fornecer ao controle de  $\phi$  um parâmetro integral para um possível controlador PID;
- 8. O bloco "fcn" do Simulink é utilizado para inserir as equações e é utilizado como um bloco que atua como um controlador;
- 9. O bloco "switch" é um dispositivo que permite que se alterne entre duas entradas de maneira manual, e é utilizado nesse trabalho para poder desligar o selecionar o sinais, ruídos e perturbações;
- 10: O bloco scope permite visualizar os sinais do sistema;
- 11: O bloco constante é utilizado para definirmos alguma valor estático dentro da simulação;

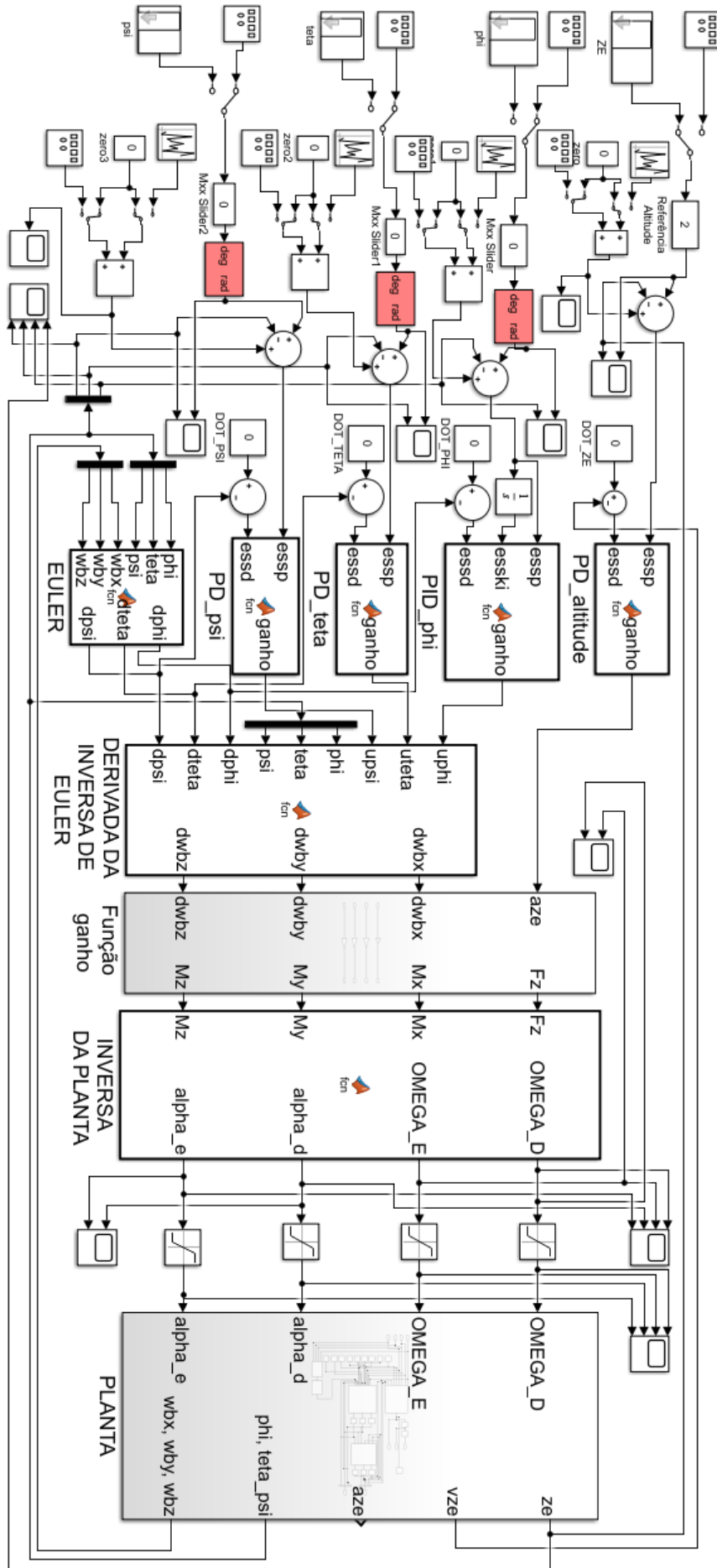


Figura 3.19: Diagrama de simulação implementado em Simulink

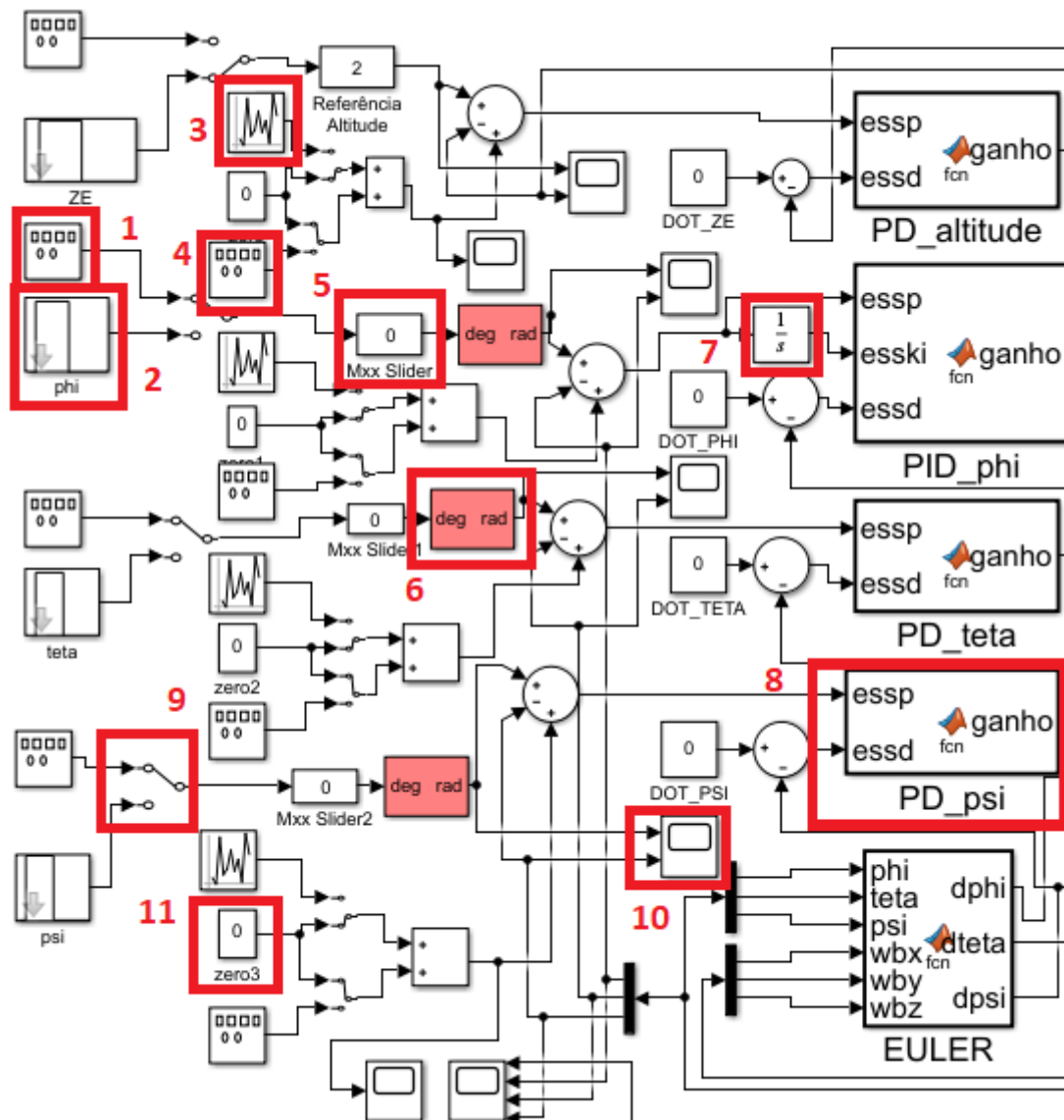


Figura 3.20: Sinais para simulação

## Capítulo 4

# Resultados

### 4.1 Introdução

Nessa etapa do trabalho irá se realizar o ajuste dos parâmetros dos controladores PD, verificando assim a coesão da modelagem e da estratégia de controle adotada. O modelo está configurado com as constantes obtidas na etapa de identificação do sistema. Utilizou-se o algoritmo de iteração OD4 (Runge Kutta de quarta ordem) setado passo fixo de 0.0001. Vamos considerar que os ângulos de atitude e a altitude correspondem a um sistema de segundo grau.

Depois de ajustados os controladores, realizará a adição de ruído aos sinais do sistema para avaliar se o sistema de controle é impactado de maneira relevante. O ruído nos sinais do sistema é algo presente nas IMU (Inertial Measurement Unit) devido a aspectos internos da construção do sensor e externos devido a algumas características ambiente. Posteriormente, adicionará perturbações ao sistema para avaliar a capacidade do sistema em rejeitá-las. As perturbações aqui visam simular situações de desequilíbrio geradas pelo ambiente externo.

Por fim realizará um caso com entradas simultâneas de sinais de referência em conjunto com ruído e perturbações a fim de avaliar uma situação mais próxima da realidade da operação do sistema.

Não se realizou o projeto baseado em modelo pois o escopo deste trabalho priorizou uma análise prévia do modelo desenvolvido. Outro motivo se deve ao fato de a plataforma não ter sido construída com métodos industriais e possuir componentes com controladores embutidos, como servos motores e os ESC's (Electronic Speed Control). Dessa maneira, os ganhos calculados não poderiam ser aplicados de maneira direta na plataforma.

### 4.2 Identificação dos ganhos do controlador para os ângulos de atitude

Nesta simulação irá-se se utilizar compensadores PD (Proporcionais Derivativos) para realizar o controle dos ângulos de atitude. Neste trabalho, irá se trabalhar para atitude em limites de 15°

e  $-15^\circ$  visto que alguns componentes do sistema de controle são lineares.

Como o objetivo é a estabilização da plataforma, iremos considerar que o ponto de operação do sistema é em  $0^\circ$  e os limites mencionados foram escolhidos a fim de que o erro devido a esse artifício fique dentro do intervalo de 1%.

Para realização da sintonia dos controladores, irá se realizar as seguintes etapas para cada ângulo de Euler ( $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$ ):

1. Atribuir o ganho  $K_d = 0$ ;
2. Ajustar  $K_p$  até que se atingir o regime oscilatório dentro do limite de  $15^\circ$  e  $-15^\circ$ ;
3. Obter o período de ciclo da oscilação;
4. Calcular a frequência de oscilação;
5. Calcular a frequência natural;
6. Calcular  $K_p$  (conforme seção 2.6 e 2.7);
7. Calcular  $K_d$  (conforme seção 2.6 e 2.7);

### 4.3 Identificação dos ganhos do controlador para altitude

O controle de altitude consiste em realizar um equilíbrio entre as componentes em  $e$  das forças de hélice e a força peso da plataforma. Utilizará um controle PD (Potenciais Derivativos) com um ganho estático  $K_{planeio}$ , que permite ajustar uma saída que mantenha a rotação dos motores em uma configuração que a plataforma compense a força da gravidade sobre a plataforma.

Os ganhos proporcionais e derivativos portanto irão trabalhar em uma faixa potência próxima a gerada pelo ganho estático.

Os limites que serão adotados para esse componente de controle será de 0.1 m e -0.1 m. Para realização da sintonia desse controlador, irá se realizar as seguintes etapas:

1. Atribuir  $K_{planeio} = 9.80655$  (aceleração da gravidade);
2. Atribuir o ganho  $K_d = 0$ ;
3. Ajustar  $K_p$  até que se atingir o regime oscilatório dentro do limite de 1 m e -1 m;
4. Obter o período de ciclo da oscilação;
5. Calcular a frequência de oscilação;
6. Calcular a frequência natural;
7. Calcular  $K_p$  (conforme seção 2.6 e 2.7);
8. Calcular  $K_d$  (conforme seção 2.6 e 2.7);



## 4.4 Parâmetros do modelo físico utilizado nas simulações

Os valores usados no modelo físico estão dispostos na tabela 4.1:

Tabela 4.1: Estimativa de parâmetros da plataforma (Simulação)

| Parâmetro                     | Valor         |
|-------------------------------|---------------|
| Massa (Kg)                    | 1.1           |
| $I_{xx}$ (Kg*m <sup>2</sup> ) | 0.00373167889 |
| $I_{yy}$ (Kg*m <sup>2</sup> ) | 0.01863261106 |
| $I_{zz}$ (Kg*m <sup>2</sup> ) | 0.02155875247 |
| L (m)                         | 0.266         |
| b (m)                         | 0.06          |
| kf (constante de empuxo) (N)  | 0.0000196     |

Os dados se referem ao seguinte modelo físico (Figura 4.1):

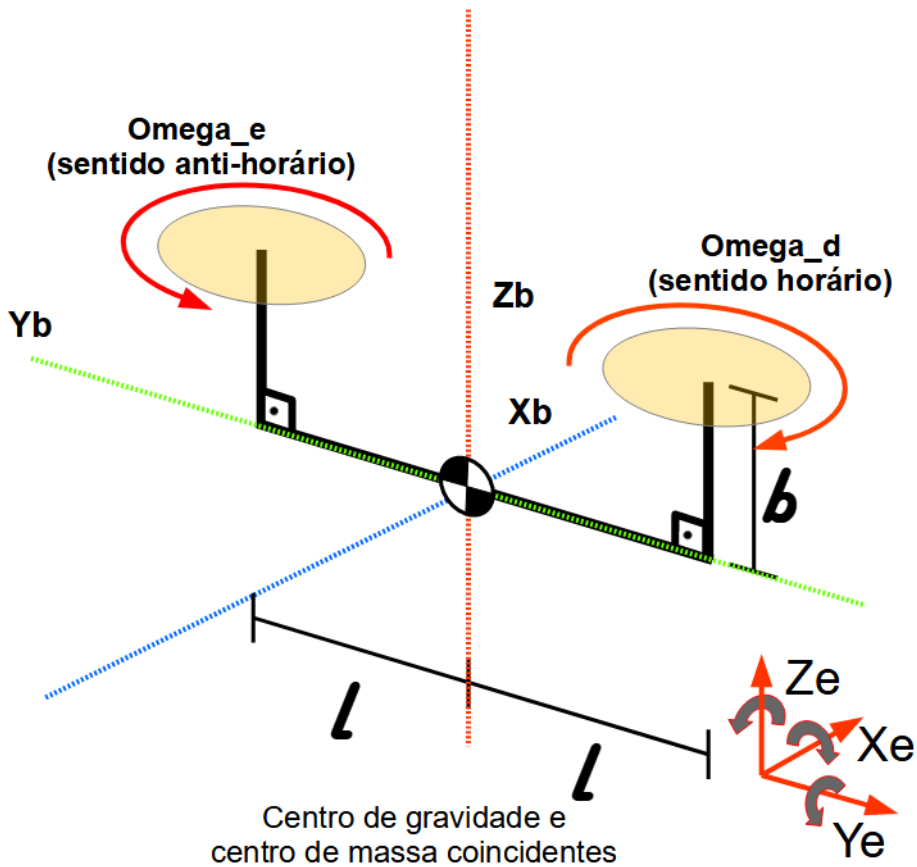


Figura 4.1: Modelo físico da simulação

## 4.5 Ajuste dos ganhos do controlador para estabilização de $\phi$

Realizando os ajustes de ganho para alcance de regime oscilatório para  $\phi$ , chegou-se a um valor de  $K = 26$ . Observa-se através da figura 4.2 que a frequência de oscilação é de  $f = 0.83871 \text{ Hz}$ :

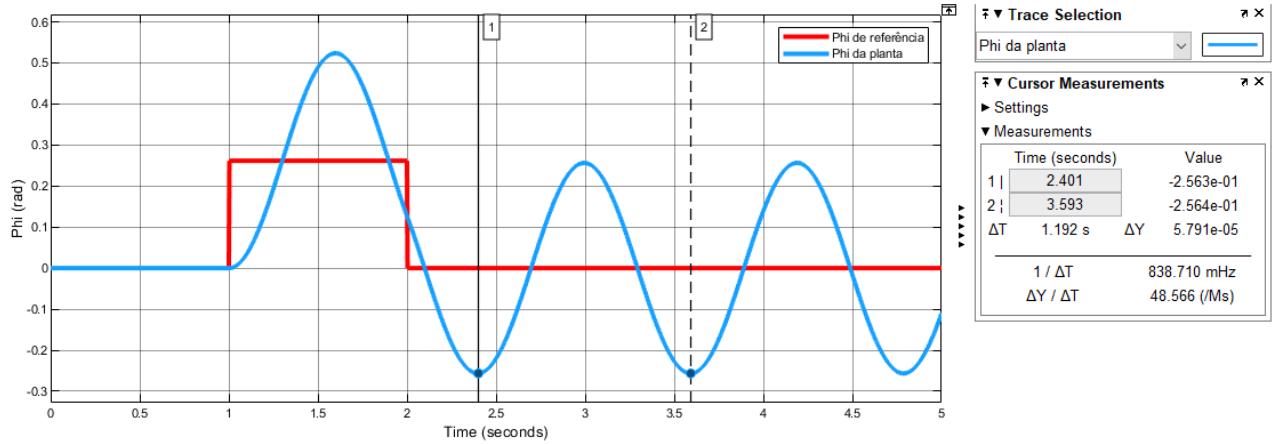


Figura 4.2: Resposta oscilatória em phi

Calculando-se então os ganhos para o controlador tem-se que:

- $K_{p\phi} = 27.770$ ;
- $K_{d\phi} = 8.431$ ;

Aplicando-se o ganho a simulação tem-se então o seguinte resultado para a compensação de  $\phi$  (Figura 4.3):

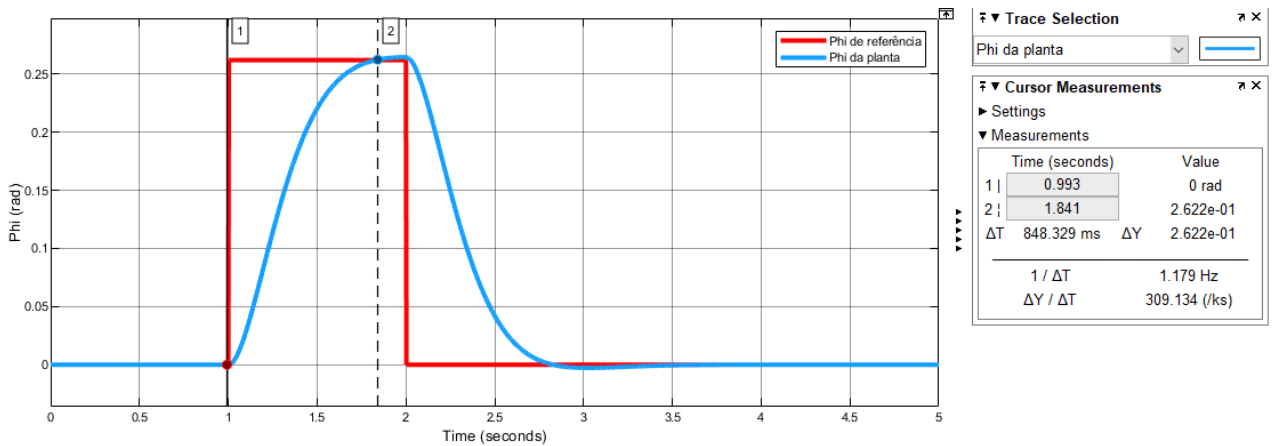


Figura 4.3: Resposta ao degrau em phi

## 4.6 Ajuste dos ganhos do controlador para estabilização de $\theta$

Realizando os ajustes de ganho para alcance de regime oscilatório para  $\theta$ , chegou-se a um valor de  $K = 27.5$ . Observa-se através da figura 4.4 que a frequência de oscilação é de  $f = 0.830769$  Hz:

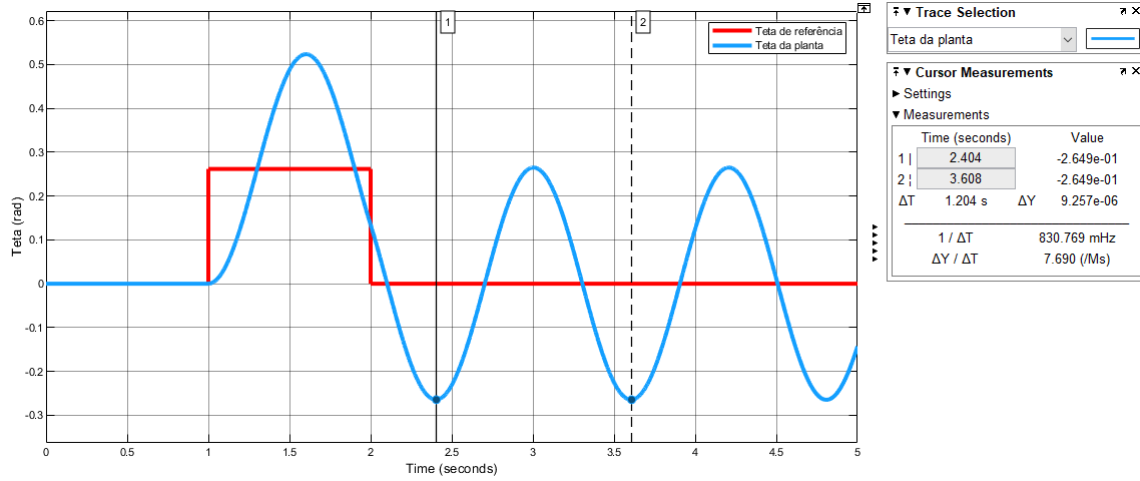


Figura 4.4: Resposta oscilatório em theta

Calculando-se então os ganhos para o controlador tem-se que:

- $K_{p\theta} = 27.247$ ;
- $K_{d\theta} = 8.351$ ;

Aplicando-se o ganho a simulação tem-se então o seguinte resultado para a compensação de  $\phi$  (Figura 4.5):

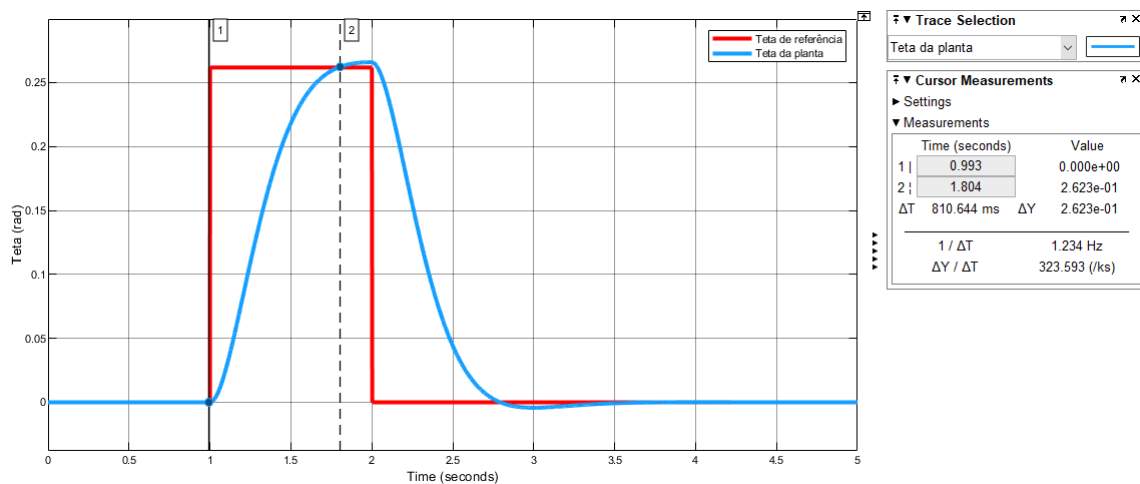


Figura 4.5: Resposta ao degrau em theta

## 4.7 Ajuste dos ganhos do controlador para estabilização de $\psi$

Realizando os ajustes de ganho para alcance de regime oscilatório para  $\psi$ , chegou-se a um valor de  $K = \mathbf{25.5}$ . Observa-se através da figura 4.6 que a frequência de oscilação é de  $\mathbf{f = 0.83871}$  Hz:

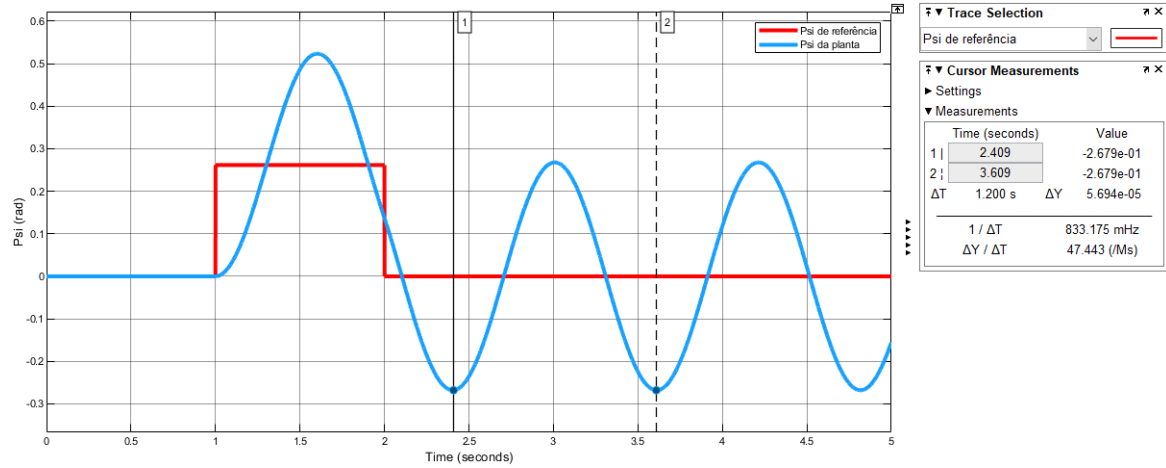


Figura 4.6: Resposta oscilatória em psi

Calculando-se então os ganhos para o controlador tem-se que:

- $K_{p\psi} = 27.405$ ;
- $K_{d\psi} = 8.375$ ;

Aplicando-se o ganho a simulação tem-se então o seguinte resultado para a compensação de  $\psi$  (Figura 4.7):

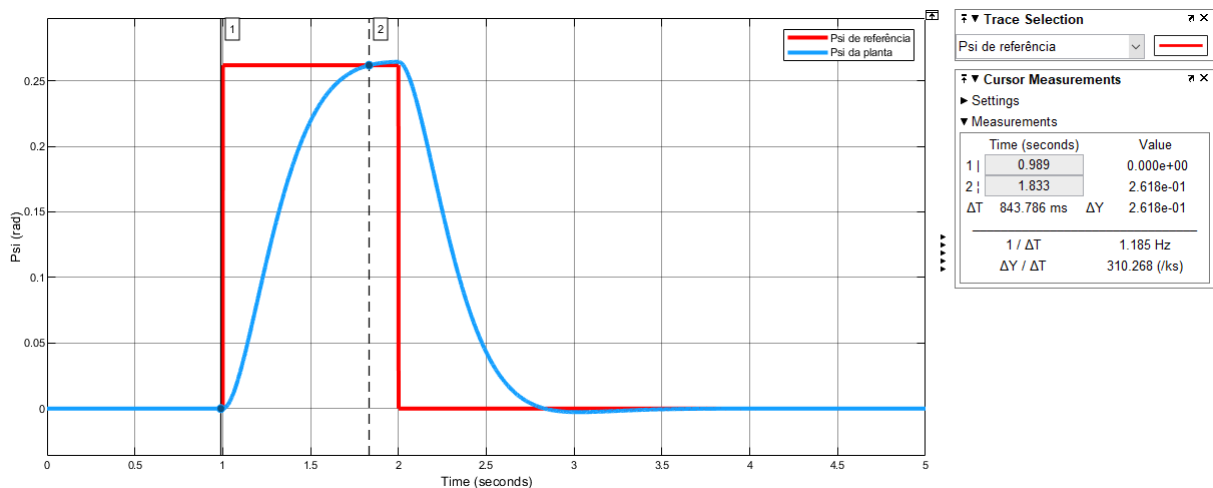


Figura 4.7: Resposta ao degrau em psi

## 4.8 Ajuste dos ganhos do controlador para estabilização de $Z_e$

Realizando os ajustes de ganho para alcance de regime oscilatório para  $Z_e$ , chegou-se a um valor de  $K = 8.6$ . Observa-se através da figura 4.8 que a frequência de oscilação é de  $f = 0.394023$  Hz:

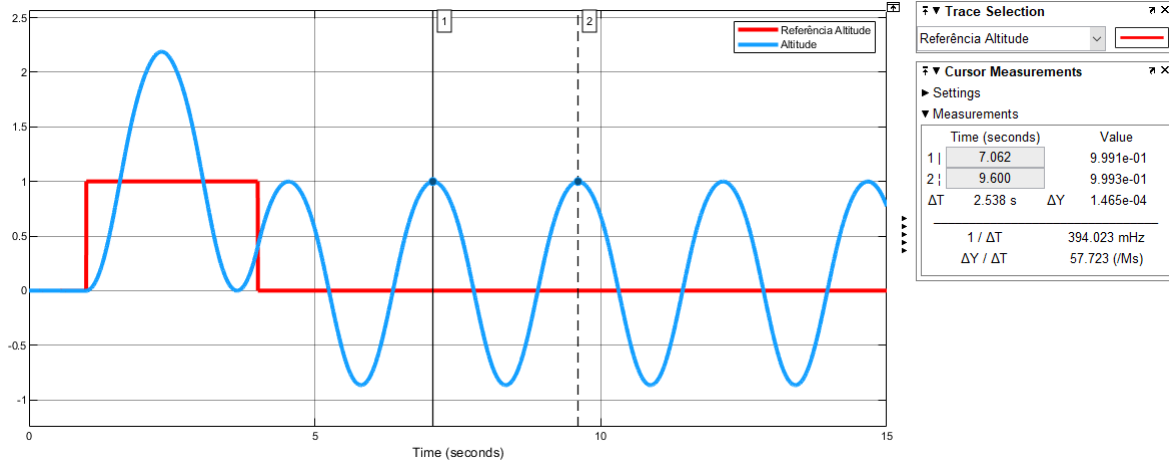


Figura 4.8: Resposta oscilatória em  $Z_e$

Calculando-se então os ganhos para o controlador tem-se que:

- $K_{planeio} = 9.80655$ ;
- $K_{pZ_e} = 6.129$ ;
- $K_{dZ_e} = 3.961$ ;

Aplicando-se o ganho a simulação tem-se então o seguinte resultado para a compensação de  $Z_e$  (Figura 4.9):

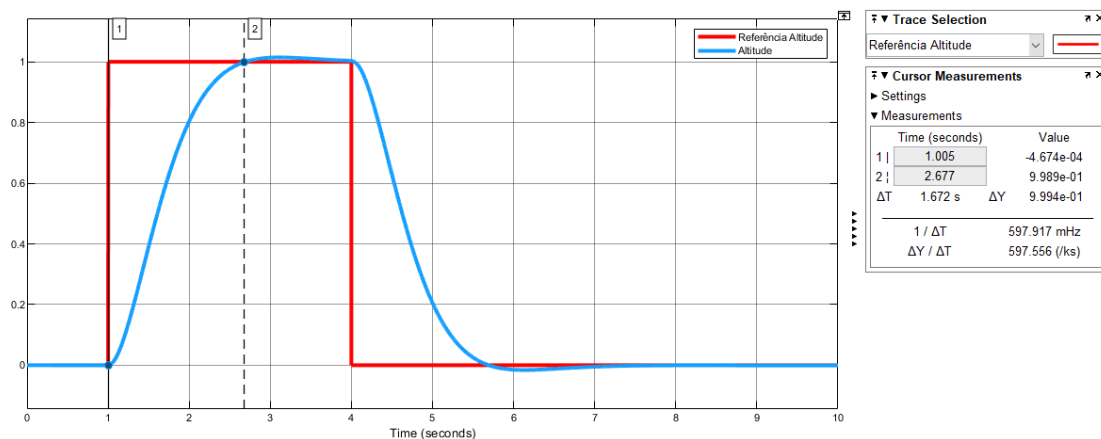


Figura 4.9: Resposta ao degrau em  $Z_e$

## 4.9 Avaliação das entradas do sistema para Roll

Uma vez sintonizados os controladores, irá se verificar se as entradas do sistema correspondem ao que se espera para cada manobra de voo. Começa-se com a manobra de roll, que consiste na inclinação da plataforma em  $\phi$ . Todas as outras referência do sistemas foram configuradas como nulas. Nas figuras 4.10 e 4.11 temos o comportamento do sistema para essa movimentação.

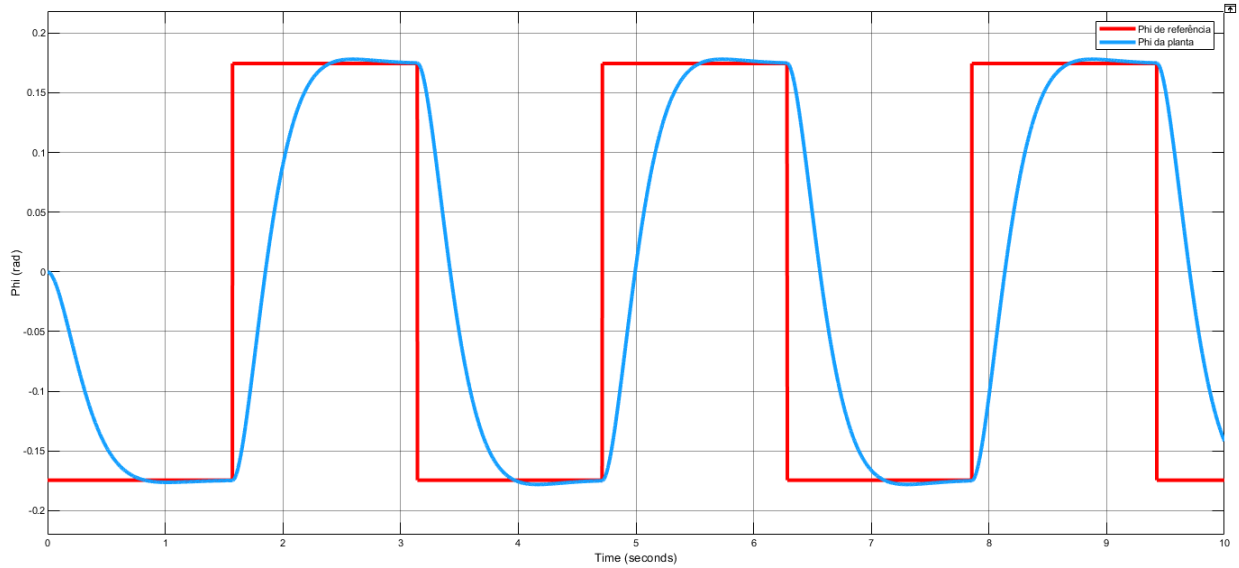


Figura 4.10: Resposta ao sinal square para phi

Observa-se que o sistema se comporta como esperado, visto que os motores trabalham variando suas potências de maneira opostas para gerar um desequilíbrio de forças em  $Z_e$ , e assim, gerar um deslocamento angular em  $X_e$ .

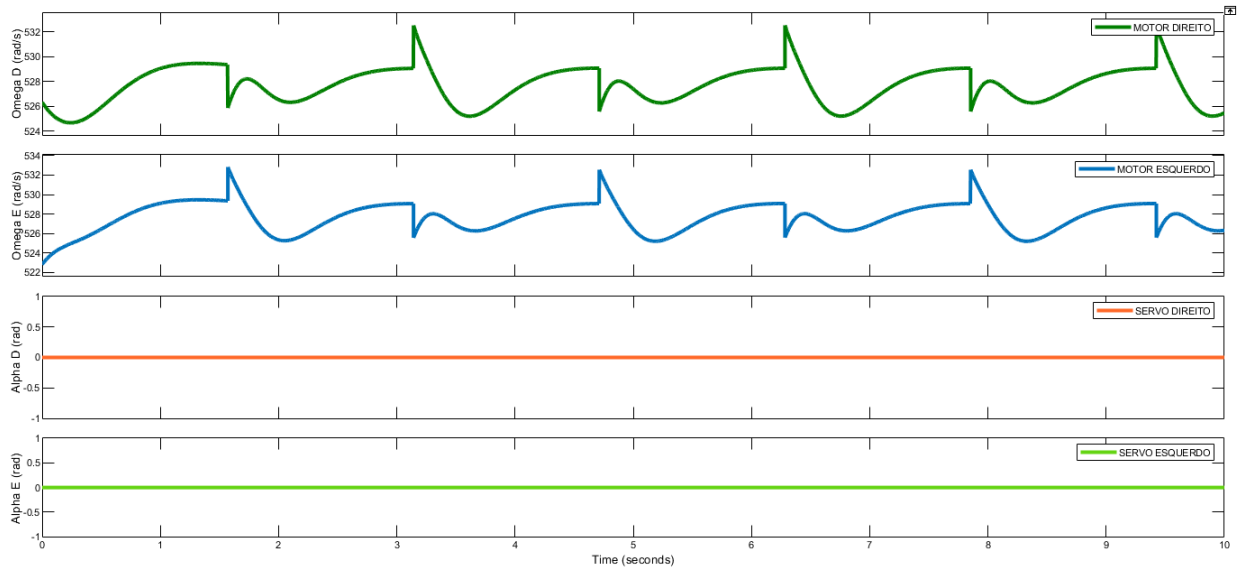


Figura 4.11: Entradas da planta para Roll

## 4.10 Avaliação das entradas do sistema para Arfagem

A manobra de arfagem consiste na inclinação da plataforma em  $\theta$ . Todas as outras referências do sistemas foram configuradas como nulas. Nas figuras 4.12 e 4.13 temos o comportamento do sistema para essa movimentação.

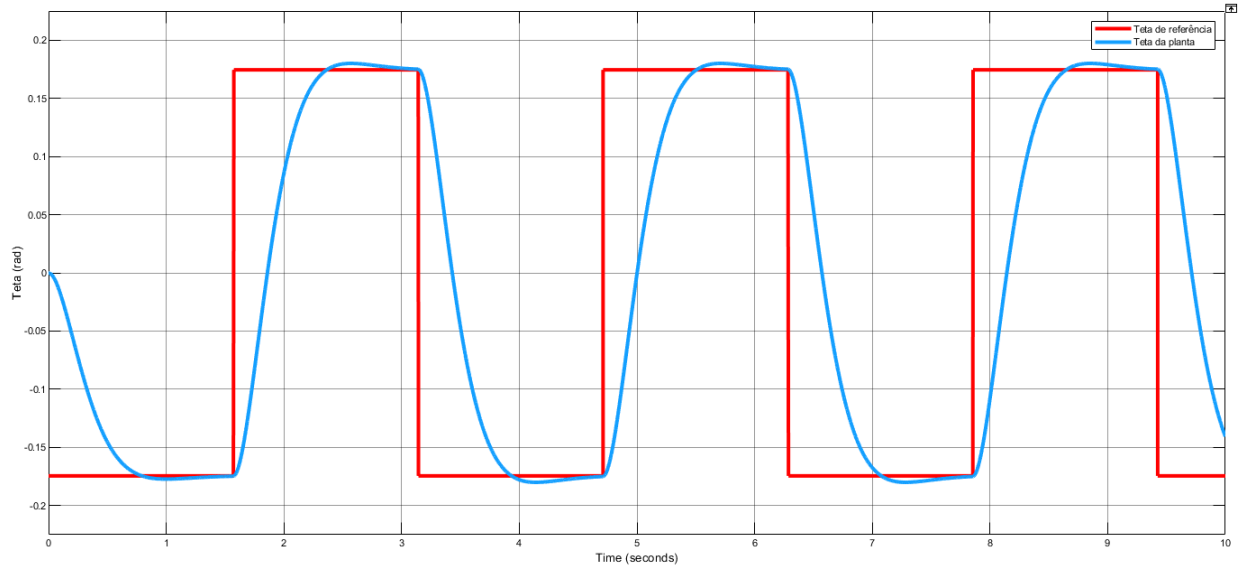


Figura 4.12: Resposta ao sinal square para theta

Observa-se que o sistema se comporta como esperado, visto que os servos inclinam os motores em uma mesma direção, ocasionando em um surgimento de uma força resultante que proporciona a rotação desejada. Os motores a cada mudança de ângulo variam positivamente a potência para compensar a parcela de potência perdida em  $Z_e$  e assim manter a plataforma suspensa no ar.

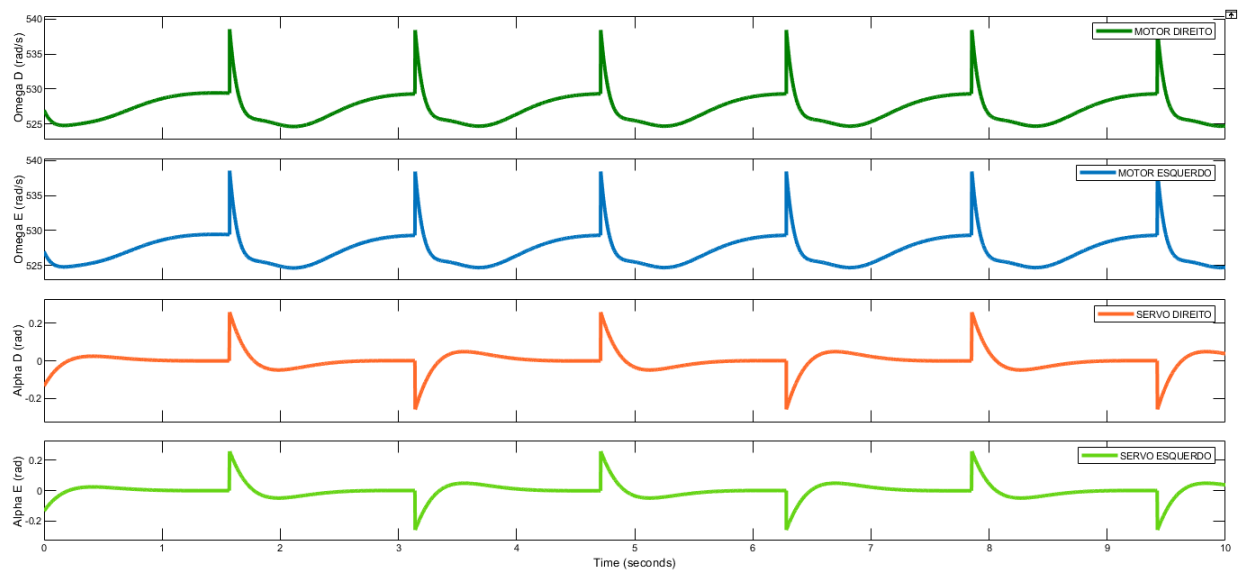


Figura 4.13: Entradas da planta para arfagem

## 4.11 Avaliação das entradas do sistema para Guinada

A manobra de guinada consiste em girar a plataforma em torno de  $\psi$ . Todas as outras referências do sistemas foram configuradas como nulas. Nas Figuras 4.14 e 4.15 temos o comportamento do sistema para essa movimentação.

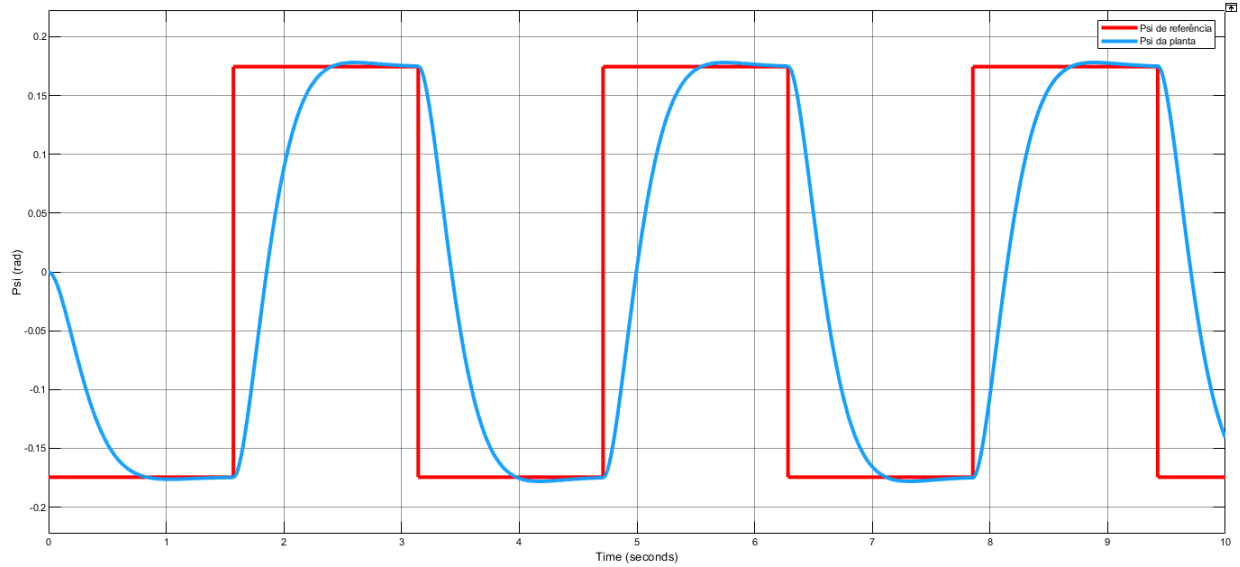


Figura 4.14: Resposta ao sinal square para psi

Observa-se que o sistema se comporta como esperado, visto que os servos inclinam os motores em uma direção opostas, ocasionando em um surgimento de um binário que proporciona a rotação desejada. Os motores a cada mudança de ângulo variam positivamente a potência para compensar a parcela de potência perdida em  $Z_e$  e assim manter a plataforma suspensa no ar.

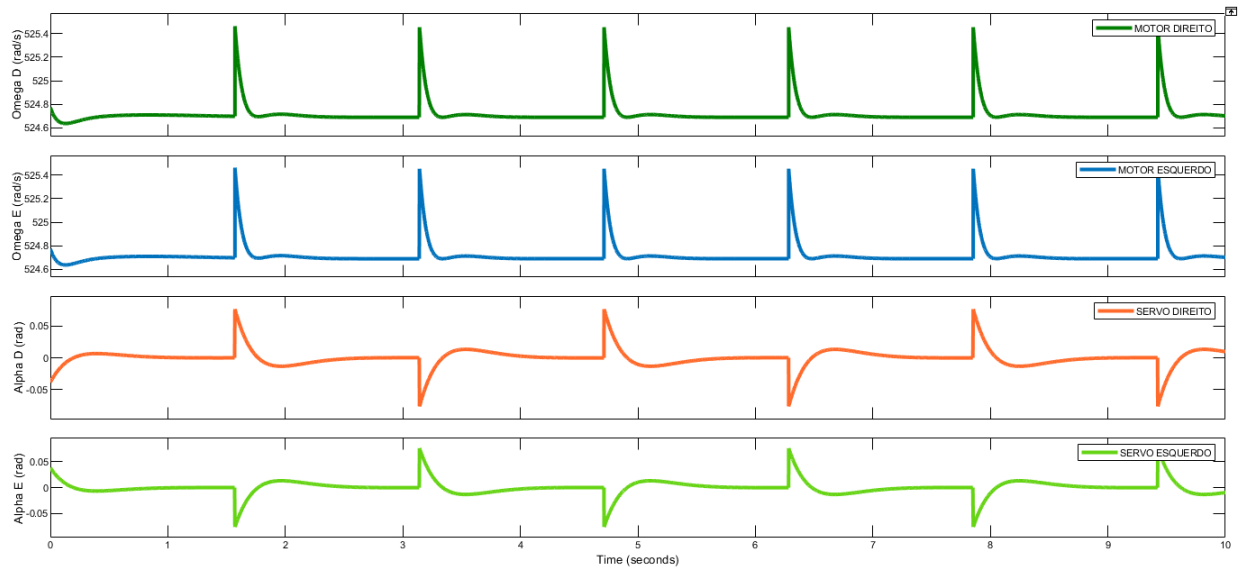


Figura 4.15: Entradas da planta para guinada



## 4.12 Avaliação das entradas do sistema para Altitude

O controle de altitude consiste em aumentar ou reduzir as potências dos motores de acordo com a referência e atitude da plataforma a fim de estabilizar em um ponto em  $Z_e$ . Todas as outras referência do sistemas foram configuradas como nulas. Nas Figuras 4.16 e 4.17 temos o comportamento do sistema para essa movimentação.

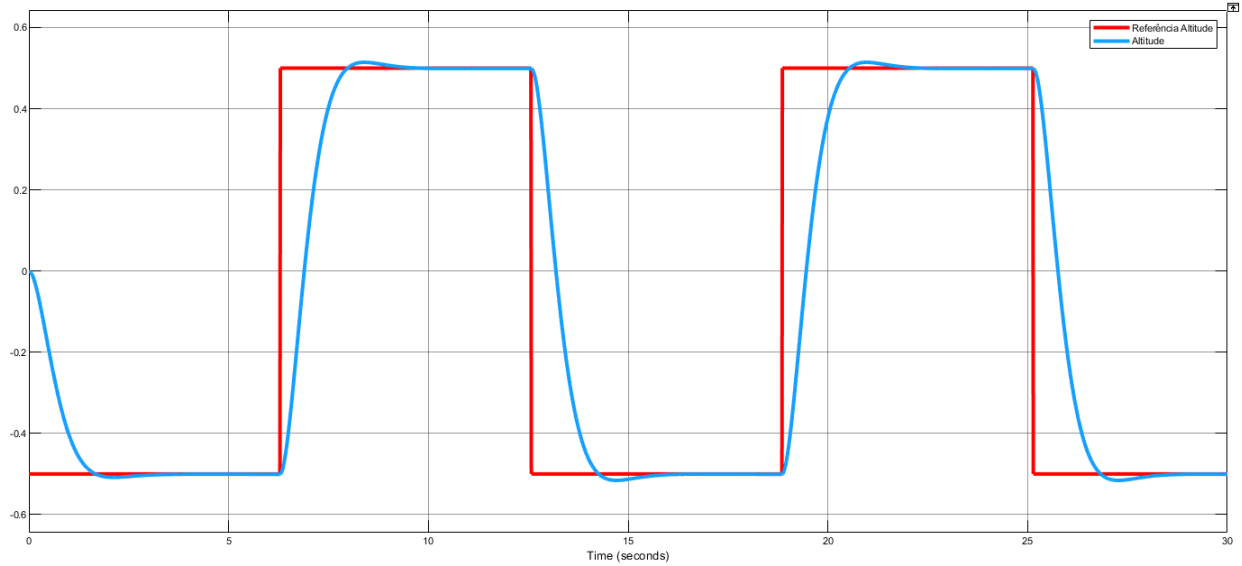


Figura 4.16: Resposta ao sinal square para  $Z_e$

Podemos observar que a variação de potência está coerente com o que se espera do sistema, havendo ganho de potência para subida e perda de potência em descida, com uma variação amortecida das potência quando próximo da referência a fim de se aproximar da referência.

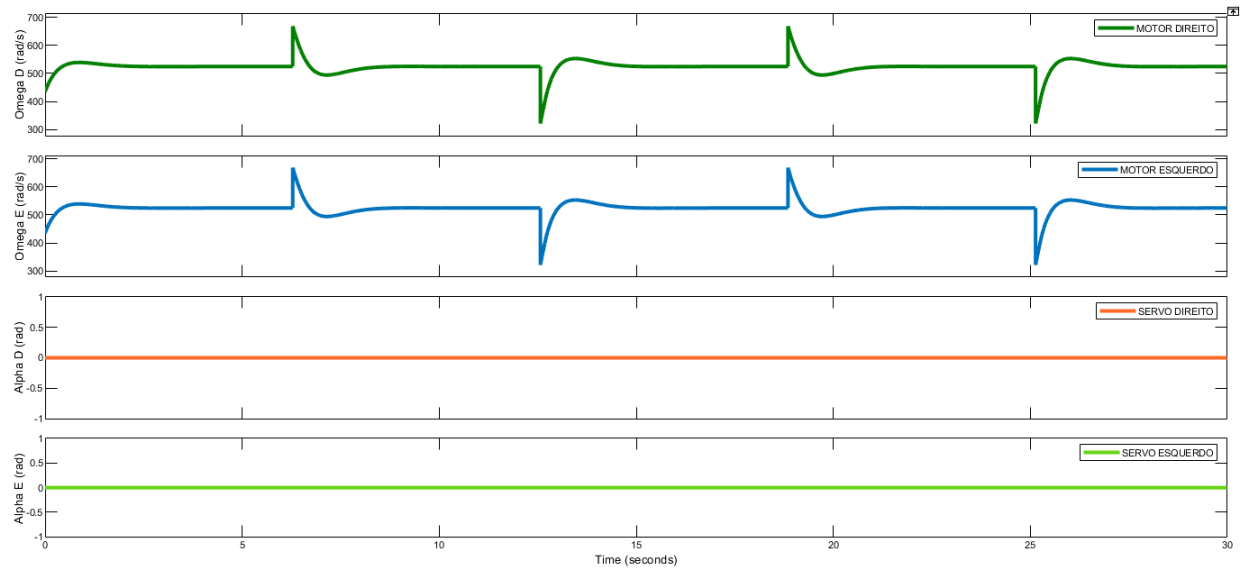


Figura 4.17: Entradas da planta para controle de altitude

### 4.13 Avaliação do sistema para ruído de sensores

Para controle de atitude, várias técnicas de fusão de sensores são utilizadas para obter os ângulos de Euler. Entretanto, mesmo com excelentes filtros encontramos um ruído característico das leituras dos sensores, que são apenas atenuados pelos filtros. Dessa forma, realiza-se aqui uma simulação em que adicionamos ao sistema um ruído distribuído uniformemente entre  $-0.1$  rad e  $0.1$  rad com frequência de  $100$  Hz. Realiza-se uma manobra de arfagem simultaneamente com a variação da altitude da plataforma. Os resultados estão contidos nas Figuras 4.18 e 4.19, e tem o caráter apenas qualitativo de avaliar o comportamento do sistema.

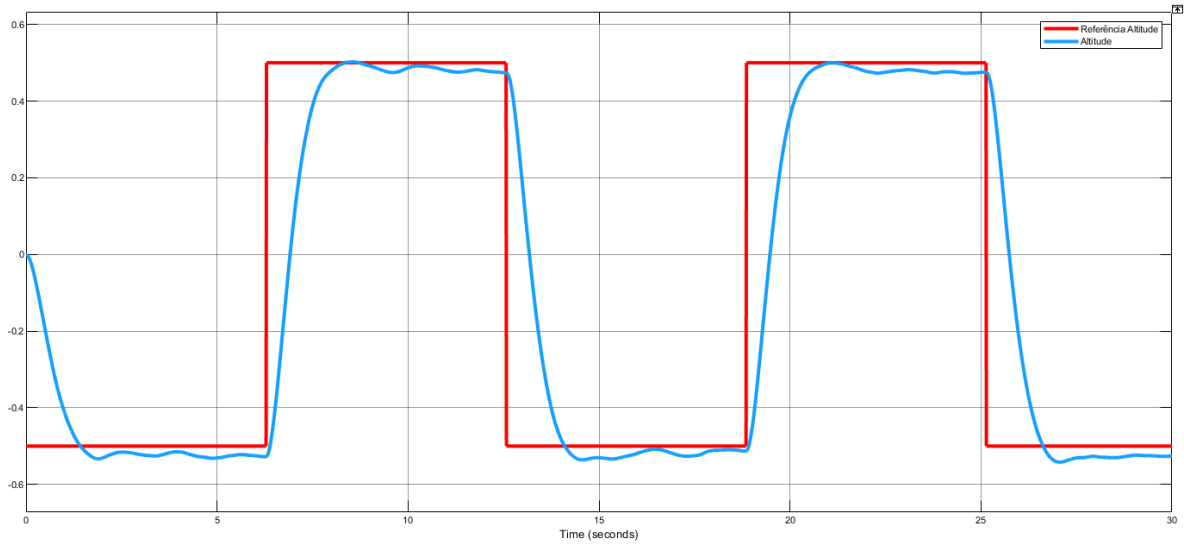


Figura 4.18: Análise de ruído para altitude

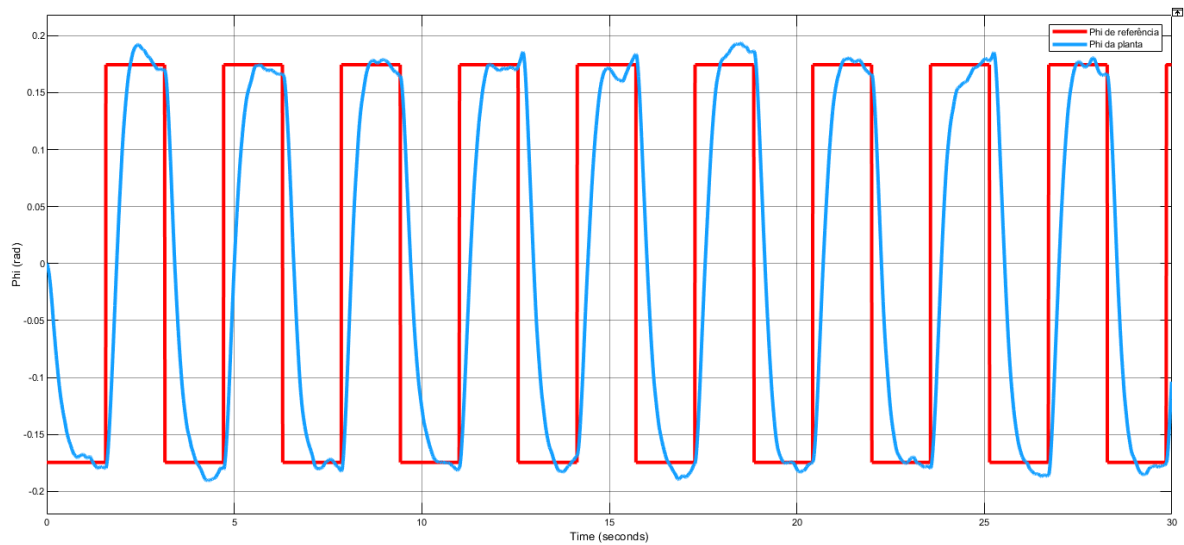


Figura 4.19: Análise de ruído para Roll

A avaliação foi considerada satisfatória.

## 4.14 Avaliação do sistema para perturbação externa

Neste teste procura-se observar como o controle se comporta para perturbações externas. Foi utilizada uma entrada square de amplitude 0.1 rad para os ângulos e 0.2 metros para altitude em uma frequência de 1 rad/s. Neste teste observa-se nas Figuras 4.20 e 4.21 que o sistema possui razoável adaptabilidade as mudanças abruptas.

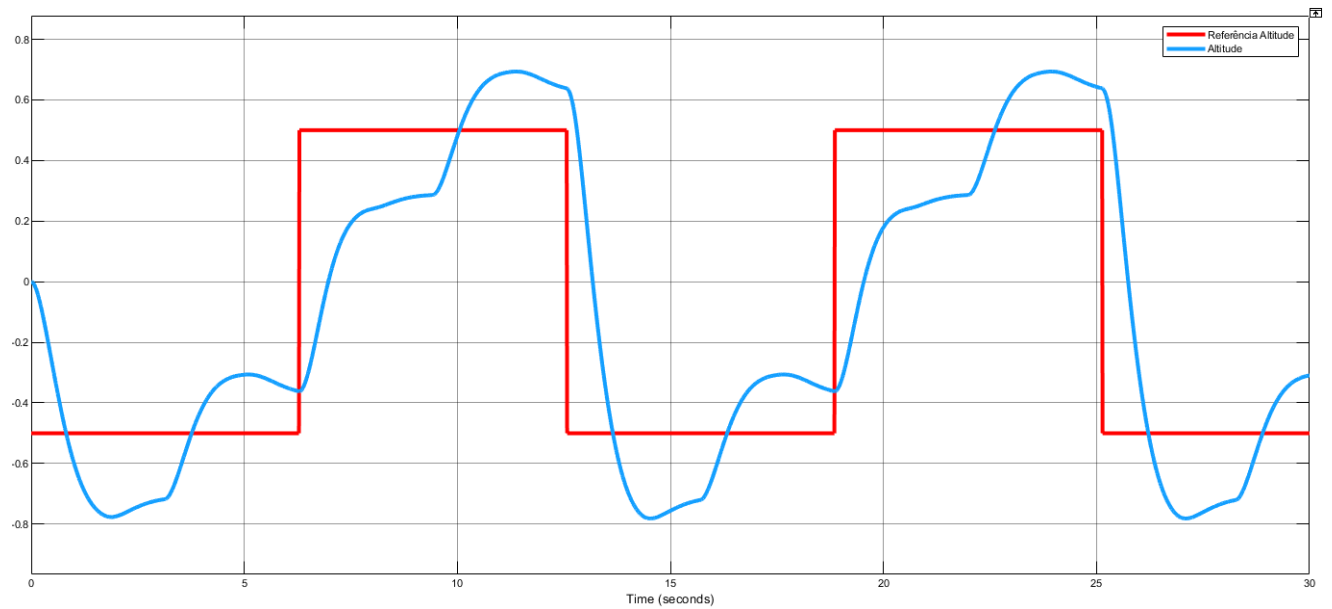


Figura 4.20: Ruído 1

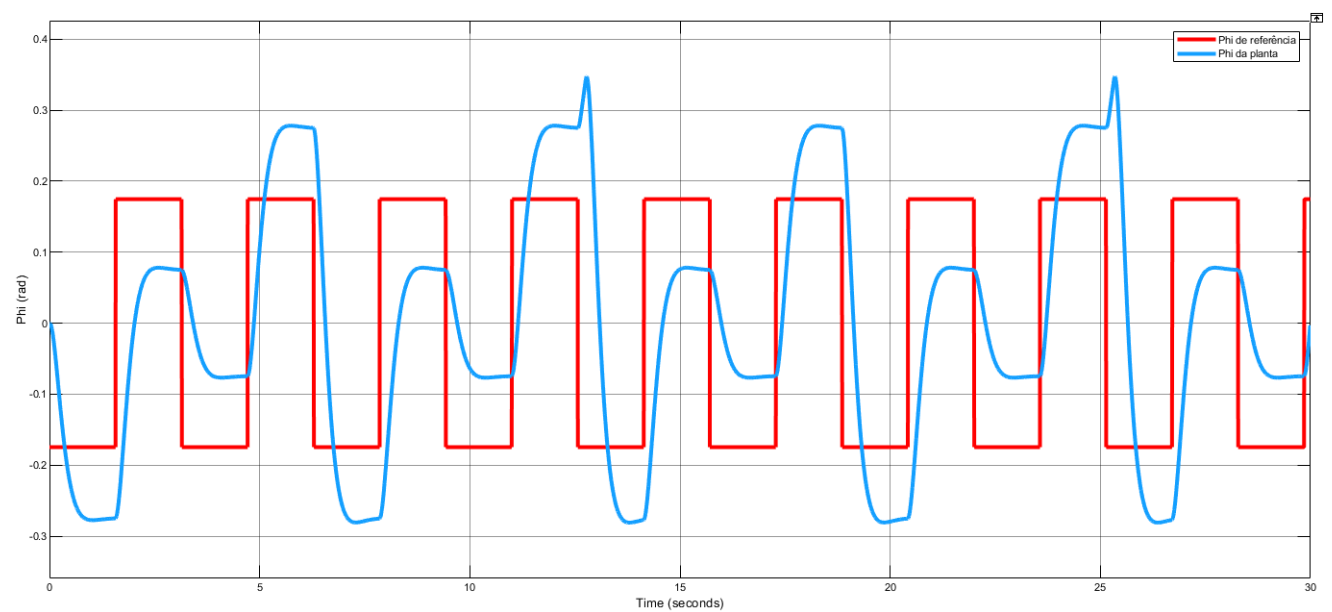


Figura 4.21: Entradas da planta para controle de altitude

## 4.15 Avaliação das entradas do sistema para ruído de sensores e perturbação externa

As entradas presentes na figura 4.22 são referentes a simulação realizada no tópico 4.12 para ruído das leituras dos sensores e as entradas presentes na Figura 4.23 são referentes a simulação realizada em 4.13 para perturbação do sistema.

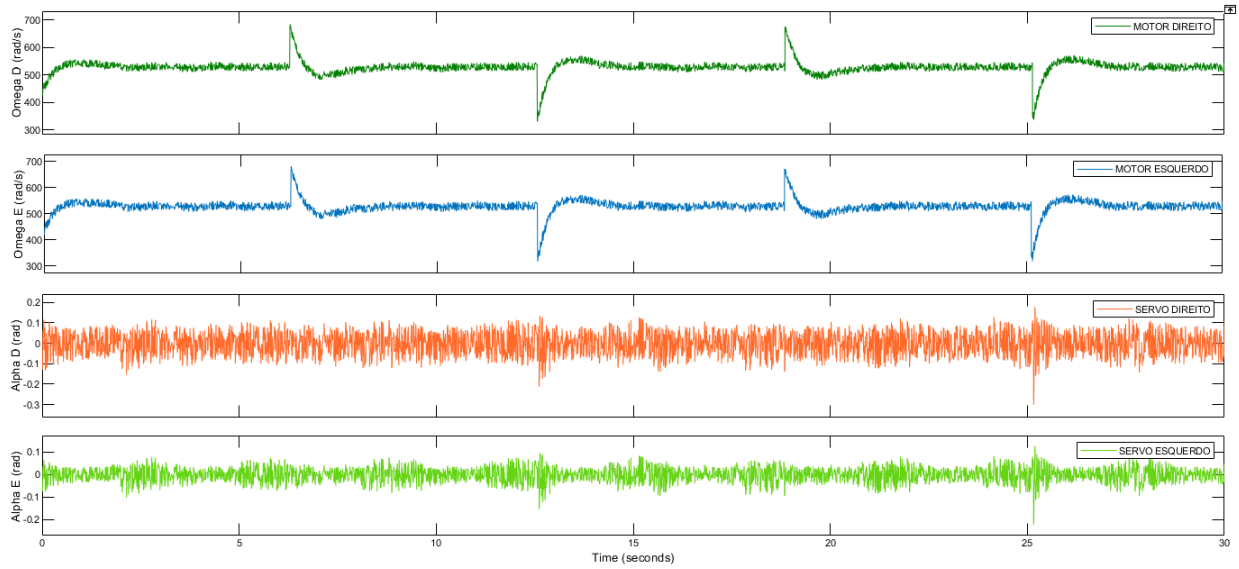


Figura 4.22: Entradas da planta para simulação de ruído dos sensores

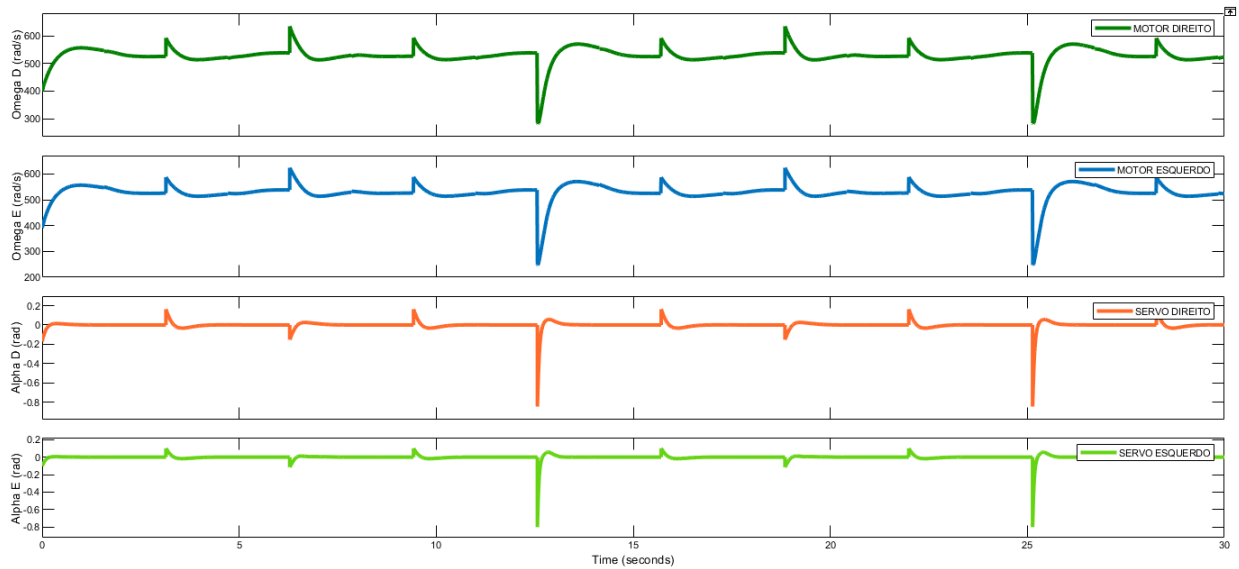


Figura 4.23: Entradas da planta para simulação de perturbação do sistema

Para as entradas em relação ao ruído, observa-se que as entradas possuem uma frequência elevada, o que indica que se deve realizar alguma medida corretiva na implementação do controle,

como a redução do ruído das leituras ou uma filtragem do sinal de entrada da planta fornecida pelo controlador.

Para as entradas em relação a perturbação do sistema, os motores tiveram pequenas variações imediatas de potência seguidas de resposta amortecidas. Os servos na maior parte do tempo trabalharam em uma faixa de operação pequena, tendo um ponto com uma excursão maior que foi respondida rapidamente.

## 4.16 Avaliação de estabilização de vôo

Nesse tópico se realizará uma simulação em que iremos realizar a variação da altitude com ruído e perturbações. Também será adicionado ruído e perturbações aos ângulos de atitude, pois é desejável que o controle de altitude sempre atue gerando estabilidade mesmo que outras variáveis do sistema estejam interferindo na sua ação de controle.

O objetivo portanto desta simulação é verificar se o controlador é capaz de realizar essa tarefa sem que a plataforma se desestabilize. Pensando em um possível cenário que essa simulação possa representar, os sinais configurados visam simular entre perturbações possíveis as rajadas de vento, variação de voltagem que causem perda de potência nos servos e motores, entre outros.

A configuração usada para cada elemento da simulação está descrita a seguir.

Configurações de sinais para altitude:

- **Sinal de referência para altitude:** Onda quadrada de amplitude 0.5 metros e frequência de 1 rad/s;
- **Sinal de ruído para altitude:** Sinal randômico com distribuição uniforme no intervalo de -0.1 m a 0.1 m com tempo de amostra de 0.01 s;
- **Sinal de perturbação para altitude:** Sinal sawtooth de amplitude 0.2 m e frequência de 2 rad/s;

Configurações de sinais para atitude:

- **Sinal de referência para os ângulos de atitude:** 0 rad;
- **Sinal de ruído para os ângulos  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$ :** Sinal randômico com distribuição uniforme no intervalo de -0.1 rad a 0.1 rad com tempo de amostra de 0.01 s;
- **Sinal de perturbação para os ângulos  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$ :** Sinal sawtooth de amplitude 0.2 rad e frequência de 2 rad/s;

O sinal de ruído com perturbação somados pode ser visto na Figura 4.24, assim como o comportamento das variáveis controladas dos sistema na Figura 4.25:

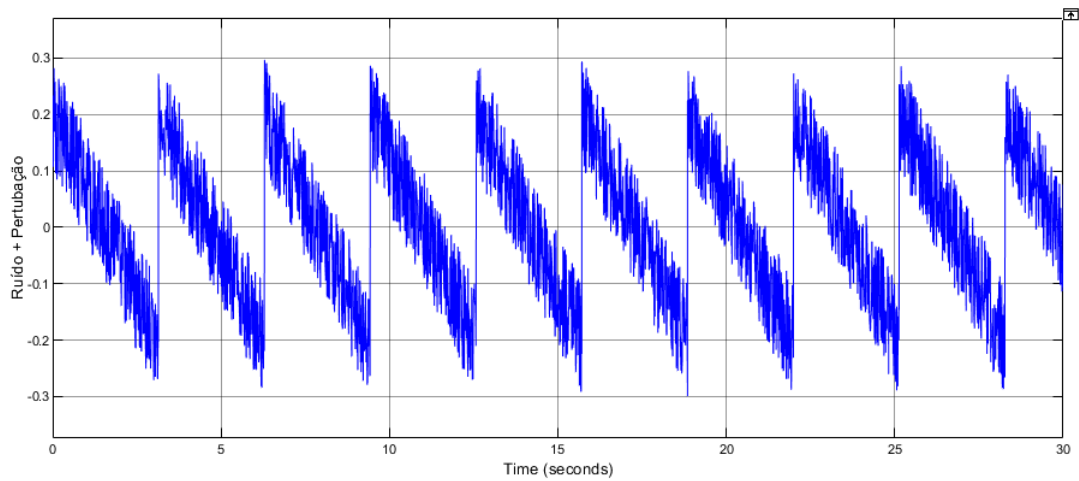


Figura 4.24: Sinal de ruído mais perturbação

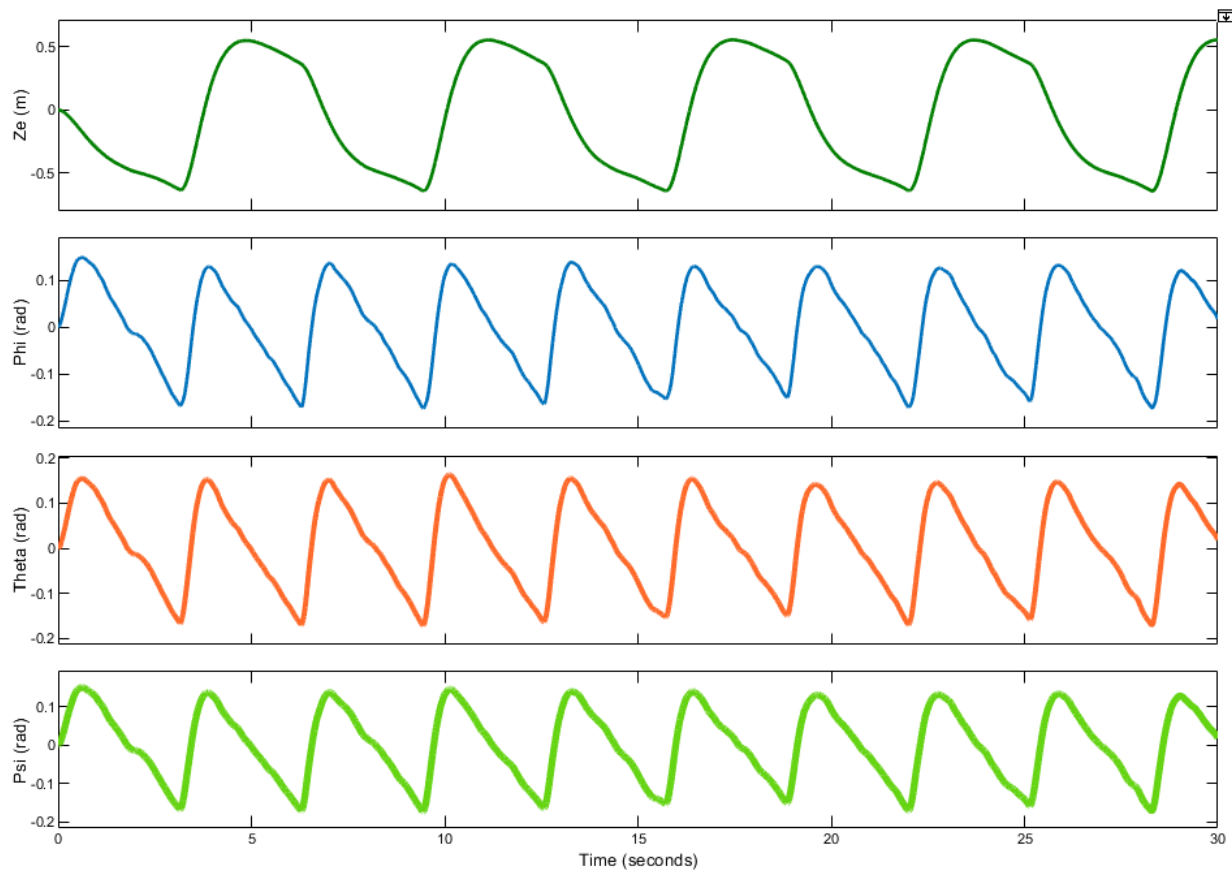


Figura 4.25: Saída dos sistemas para simulação de estabilização

Esse sinal possui um comportamento interessante para a qualidade do controle que queremos avaliar para a plataforma tiltrotor. Ele é composto por uma combinação de um sinal rampa com

uma mudança abrupta de referência como a de sinal degrau. Isso permite verificar se o controle tem bom desempenho seguindo uma referência que varia gradativamente e para mudanças abruptas que possam surgir durante a operação da plataforma. O ruído por sua vez representa o ruído do sensor e da vibração mecânica presente na plataforma em virtude do giro dos motores.

Por fim, analisando-se as entradas da planta na Figura 4.26 observa-se bom comportamento, não havendo grandes saltos ou ruído excessivo.

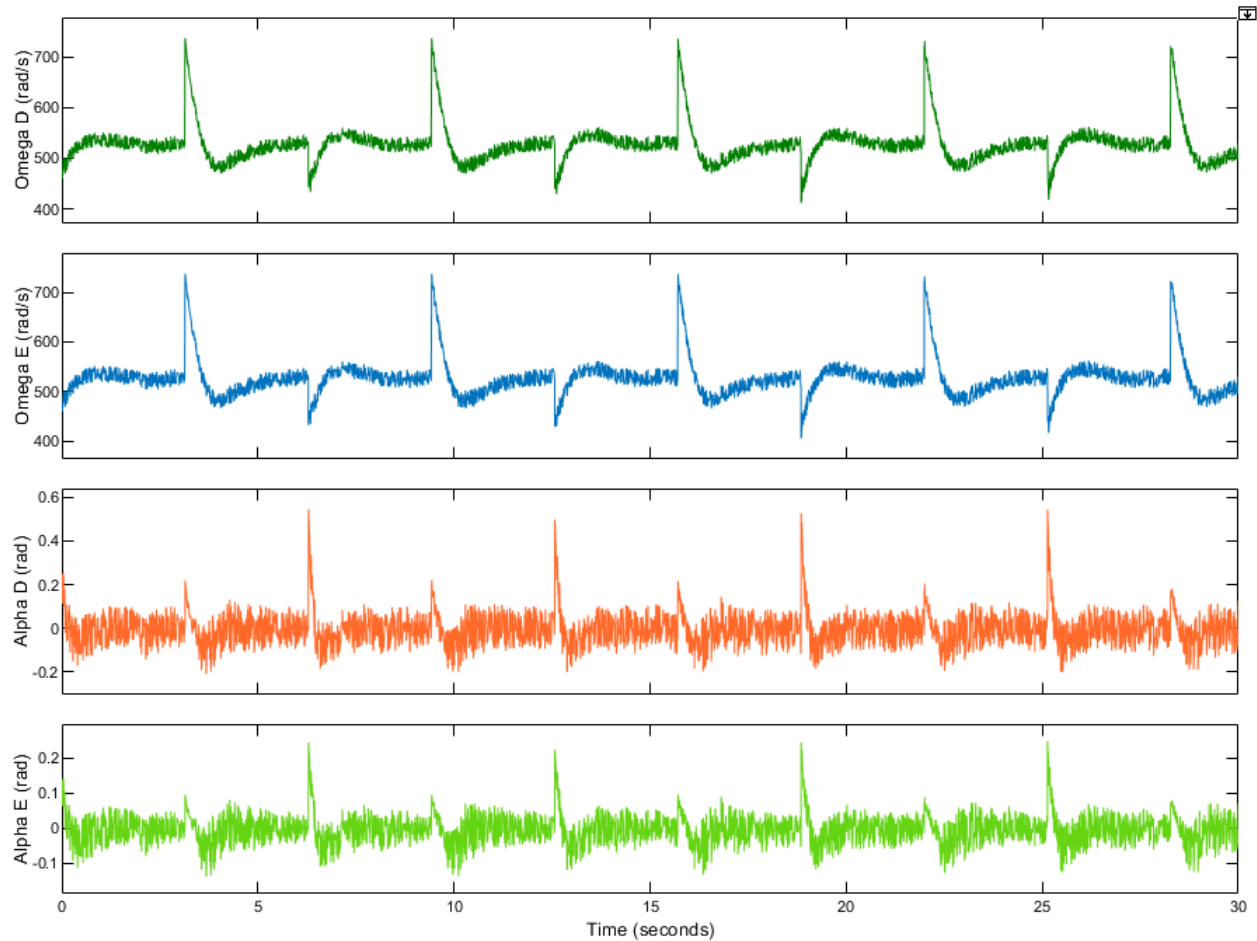


Figura 4.26: Entradas da planta para simulação com ruído e perturbação para estabilização

## 4.17 Ganhos estimados dos controladores

Na Tabela 4.2 contém os possíveis ganhos dos controladores obtidos na análise desse trabalho:

Tabela 4.2: Tabelas de ganhos dos controladores

| Ganho dos controladores |       |        |        |        |        |       |       |          |
|-------------------------|-------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|----------|
| Kpphi                   | Kdphi | Kpteta | Kdteta | Kppsi  | Kpdpsi | Kpze  | Kpvze | Fplaneio |
| 27.770                  | 8.431 | 27.247 | 8.351  | 27.405 | 8.375  | 6.129 | 3.961 | 9.80655  |

# Capítulo 5

## Conclusão

### 5.1 Considerações finais

Este trabalho propôs o desenvolvimento de uma modelo dinâmico não linear para a plataforma tiltrotor da Universidade de Brasília e de um controlador capaz de estabilizar sua atitude e altitude com um conjunto de simulações para a análise do comportamento do sistema.

O aspecto cinemático desenvolvido nesse trabalho é uma abordagem baseada nas equações de Euler para atitude. O modelo aqui trabalhado trata-se de uma base que pode ser ampliada para descrever um número maior de elementos físicos inerentes a esse tipo de configuração de aeronave.

O projeto do controle alcançou resultados satisfatórios para as simulações. Entretanto, ao implementar na plataforma, verificou-se que os ganhos não foram os mesmos devido à presença de elementos que possuem controladores embutidos no seu hardware, como os servos motores.

Uma discussão a ser realizada é sobre uma possível interferência magnética dos motores em relação ao Magnetômetro da IMU (Inertial Measurement Unit). Em uma implementação preliminar do controlador na plataforma, observou-se que o Magnetômetro sofre uma mudança em suas leituras no momento em que os motores brushless entram em operação. Por esse motivo, é necessário avaliar posteriormente se de fato existe essa interferência. Em caso positivo, buscar alguma solução entre uma possível readequação da estrutura da plataforma ou no desenvolvimento de um filtro digital de sinal para realizar a correção.

### 5.2 Sugestões para trabalhos futuros

- Fazer identificação com dados de voo com o objetivo de melhorar os parâmetros atuais;
- Refazer o circuito eletrônico do sistema embarcado, realizando o desacoplamento dos circuitos de baixa e alta corrente;
- Otimizar a estrutura com elementos feitos em alumínio, com perfis comerciais de fácil acesso



e que possuem boa relação entre peso e resistência. Isso se deve pois esse projeto tem um caráter didático, e como tal, é passível de algum ajuste errado por parte dos alunos. Esses erros podem causar solavancos na plataforma que geram forças de cisalhamento não suportadas por elementos impressos 3d (modelo anterior da plataforma) pelos métodos makers disponíveis no atual momento. A impressão 3d não está disponível de maneira tão facilitada quanto a mão de obra de serralheria e usinagem (dentro e fora da universidade);

- Desenvolver a estrutura da plataforma de forma modular, a fim que a manutenção da plataforma possa ser feita rapidamente;
- Projeto de controlador para ganhos proporcionais variáveis;
- Substituição dos método de Euler para atitude para o sistema de quaternion devido alguns singularidades presente na parametrização por Euler;
- Atualizar o lugar onde está localizada a bateria de maneira que ela possa ser retirada da plataforma rapidamente;
- Botão de desligamento de emergência disponível através de uma cabo;
- Isolamento magnético da IMU;
- Análise de vibração mecânica da plataforma;
- Projeto de redução de ruído mecânico na plataforma;
- Avaliar desenvolver uma versão do projeto com motores ;
- Analisar se convém alterar o posicionamento do centro de massa e do centro de gravidade em relação ao eixo z fixo a plataforma;
- Manter um estoque de servos e motores brushless e outros componentes essenciais para o voo da plataforma;

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] FEQUES ÂNGELO, D. V. M. A. D. C. Implementação do hardware e software de estabilização de um robô aéreo com dois rotores articulados. In: UNB. Distrito Federal, Brazil, 2016. v. 1, p. 101.
- [2] CATALDI, G. L. P. In: UNB. *Adequação de Hardware e Implementação de um Sistema de Controle de um Robô Aéreo com Dois Rotores Articulados*. Distrito Federal, Brazil, 2017. v. 1, p. 99.
- [3] PESSOA, R. S. Mathematical modeling of a tilt-rotor drone. In: PUC-RIO. Rio de Janeiro, Brazil, 2017. p. 43.
- [4] MONTEIRO, J. C. E. Modelagem e controle de um veículo quadrirrotor. In: UFRJ. Rio de Janeiro, Brazil, 2015. v. 1, p. 90.
- [5] LIMA, G. V. Modelagem dinâmica e controle para navegação de um veículo aéreo não tripulado do tipo quadricóptero. In: UFU. Minas Gerais, Brazil, 2014. p. 339–344.
- [6] MARINHO, M. M.; BERNARDES, M. C.; BO, A. P. A programmable remote center-of-motion controller for minimally invasive surgery using the dual quaternion framework. In: IEEE. *Biomedical Robotics and Biomechatronics (2014 5th IEEE RAS EMBS International Conference on)*. Sao Paulo, Brazil, 2014. v. 1, p. 339–344. ISSN 2155-1774.
- [7] HESLINGA, P. In: *Analysis and Realization of a Dual-Nacelle Tiltrotor Aerial Vehicle*. Massachusetts, EUA: [s.n.], 2014. p. 87.
- [8] CHAO, C. et al. Mathematical modeling and control of a tiltrotor uav. In: COLLEGE OF MECHATRONIC ENGINEERING AND AUTOMATION, NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY. Changsha, Hunan 410073, CHINA, 2016. p. 6.
- [9] YANGUO\*, W. H. S. Design of flight control system for a small unmanned tilt rotor aircraft. In: NATIONAL KEY LABORATORY OF ROTORCRAFT AEROMECHANICS, COLLEGE OF AEROSPACE ENGINEERING, NANJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS. Nanjing 210016, China, 2009. p. 7.
- [10] MAULDIN, R. H. Modeling attitude dynamics in simulink: A study of the rotational and translational motion of a spacecraft given torques and impulses generated by rms hand controllers. In: UNIVERSITY OF ALABAMA IN HUNTSVILLE. Alabama, EUA, 2010. p. 7.

- [11] WANG, Y.-C.; SHEU, D.; LIN, C. E. Modification of nonlinear dynamic inversion for uav flight control design. In: DEPARTMENT OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS, NATIONAL CHENG KUNG UNIVERSITY NO.1, UNIVERSITY ROAD, TAINAN CITY 701. Taiwan, Republic of China, 2014. p. 20.
- [12] LARA, A. V.; REGO, B. S.; RAFFO GUILHERME V. AND ARIAS-GARCIA, J. Desenvolvimento de um ambiente de simulação de vants tilt-rotor para testes de estratégias de controle. In: UFMG. Minas Gerais, Brazil, 2017. p. 7.
- [13] NETO, M. Mendes de A. Control strategies of a tilt-rotor uav for load transportation. In: UFMG. Minas Gerais, Brazil, 2014. p. 144.
- [14] GJERTSEN, D. S. S. Tilt rotor tricopter control system for the holonomic multicopter platform. In: UNIVERSITY OF AGDER, FACULTY OF TECHNOLOGY AND SCIENCE DEPARTMENT OF ENGINEERING. Kristiansand Grimstad, Noruega, 2013. p. 63.
- [15] CRASSIDIS, F. L. M. J. L. In: *Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control*. USA: [s.n.], 2014. v. 1.
- [16] PADFIELD, G. D. In: AIAA. *Helicopter Flight Dynamics: The Theory and Application of Flying Qualities and*. United Kingdom, 1995. v. 1. ISSN 1-56347-205-8.

# ANEXOS

# I. ANEXO 1 - CÓDIGOS DA SIMULAÇÃO

## Matlab Code

```
1 %Fun o do controlador para altitude
2 function ganho = fcn(essp, essd)
3     ganho = 6.129*essp + 3.961*essd + 9.80665;
4 end
5
6 %Fun o do controlador para altitude
7 function ganho = fcn(essp, essd)
8     ganho = 27.247*essp + 8.351*essd;
9 end
10
11 %Fun o do controlador para phi
12 function ganho = fcn(essp, esski, essd)
13     ganho = 27.770*essp + 8.431*essd;
14 end
15
16 %Fun o do controlador para theta
17 function ganho = fcn(essp, essd)
18     ganho = 27.247*essp + 8.351*essd;
19 end
20
21 %Fun o do controlador para psi
22 function ganho = fcn(essp, essd)
23     ganho = 27.405*essp + 8.375*essd;
24 end
25
26 %Euler
27 function [dphi, dteta, dpsi] = fcn(phi, teta, psi, wbx, wby, wbz)
28     dphi = wbx + (sin(phi)*tan(teta))*wby + (cos(phi)*tan(teta))*wbz;
29     dteta = (cos(phi))*wby - (sin(phi))*wbz;
30     dpsi = (sin(phi)/cos(teta))*wby + (cos(phi)/cos(teta))*wbz;
31 end
32
33 %Derivada da inversa de Euler
34 function [dwbx, dwby, dwbz] = fcn(upsi, uteta, upsi, phi, teta, psi,
    dphi, dteta, dpsi)
35     dwbx = uphi - upsi*sin(teta) - dpsi*dteta*cos(teta);
```

```

36 dwby = uteta*cos(phi)-dteta*dphi*sin(phi) + upsi*sin(phi)*cos(teta) +
    dpsi*dphi*cos(phi)*cos(teta) - dpsi*dteta*sin(phi)*sin(teta);
37 dwbz = -uteta*sin(phi) - dteta*dphi*cos(phi) + upsi*cos(phi)*cos(teta)
    - dpsi*dphi*sin(phi)*cos(teta) - dpsi*dteta*cos(phi)*sin(teta);
38 end
39
40 %Inversa da planta
41 function [OMEGA_D, OMEGA_E, alpha_d, alpha_e] = fcn(Fz, Mx, My, Mz)
42 OMEGA_D = sqrt((0.5*sqrt((Mz/0.25 + My/0.0605)^2 + (Fz - Mx/0.25)^2))
    /0.0000196);
43 OMEGA_E = sqrt((0.5*sqrt((My/0.0605 - Mz/0.25)^2 + (Fz + Mx/0.25)^2))
    /0.0000196);
44
45 alpha_d = atan2(Mz/0.25 + My/0.0605, (Fz - Mx/0.25));
46 alpha_e = atan2(My/0.0605 - Mz/0.25, (Fz + Mx/0.25));
47 end
48
49 %Fz
50 function aze = fcn(omega_d, omega_e, alpha_d, alpha_e, m, kf, phi,
    teta, psi)
51 aze = (-m*9.8107 + (-sin(teta))*(kf*omega_d*omega_d*sin(alpha_d) + kf*
    omega_e*omega_e*sin(alpha_e)) + cos(phi)*cos(teta)*(kf*omega_d*
    omega_d*cos(alpha_d) + kf*omega_e*omega_e*cos(alpha_e)))/m;
52 end
53
54 %Momentos
55 function [dot_wbx, dot_wby, dot_wbz] = fcn(omega_d, omega_e, alpha_d,
    alpha_e, Ixx, Iyy, Izz, Ir, m, l, b, kf, kq, wbx, wby, wbz,
    d_omega_r)
56 dot_wbx = (wby*wbz*(Iyy - Izz) + l*(omega_e*omega_e*cos(alpha_e)*kf -
    omega_d*omega_d*cos(alpha_d)*kf))/Ixx;
57 dot_wby = (wbz*wbx*(Izz - Ixx) + b*(omega_d*omega_d*sin(alpha_d)*kf +
    omega_e*omega_e*sin(alpha_e)*kf))/Iyy;
58 dot_wbz = (wbx*wby*(Ixx - Iyy) + l*(omega_d*omega_d*sin(alpha_d)*kf -
    omega_e*omega_e*sin(alpha_e)*kf))/Izz;
59 end

```